Современный
Гуманитарный
Университет

Дистанционное образование

0619.06.03;1

Рабочий учебник

Фамилия, имя, отчество _____

Факультет _____

Номер контракта _____

ФИЗИКА

ЮНИТА 6

ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ И АТОМНОЙ ФИЗИКИ

Москва 2002

Разработано Вагановой Л. А.

Рекомендовано Министерством общего и профессионального образования Российской Федерации в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений

КУРС: ФИЗИКА

Юнита 1. Механика.
Юнита 2. Основы молекулярной физики и термодинамики.
Юнита 3. Электричество и электромагнетизм.
Юнита 4. Колебания и волны.
Юнита 5. Оптика.
Юнита 6. Основы квантовой механики и атомной физики.
Юнита 7. Элементы квантовых статистик и квантовой физики твердого тела.
Юнита 8. Физика атомного ядра и элементарных частиц.

ЮНИТА 6

Введено понятие корпускулярно-волнового дуализма света на основе законов теплового излучения, фотоэффекта и эффекта Комптона. Описана квантовая природа излучения и даны его характеристики. Рассмотрены элементы современной физики атомов и молекул. Приведены краткие описания основополагающих физических экспериментов, изложены основы физики лазеров.

Для студентов Современного Гуманитарного Университета
Юнита соответствует профессиональной образовательной программе № 3

(С) СОВРЕМЕННЫЙ ГУМАНИТАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ, 2002

ОГЛАВЛЕНИЕ

ДИДАКТИЧЕСКИЙ ПЛАН 5
ЛИТЕРАТУРА 6
ПЕРЕЧЕНЬ УМЕНИЙ 7
ТЕМАТИЧЕСКИЙ ОБЗОР 8
1. Квантовая природа излучения 8
1.1. Тепловое излучение и его характеристики 8
1.2. Закон Кирхгофа 10
1.3. Законы Стефана — Больцмана и смещения Вина 12
1.4. Формулы Рэлея — Джинса и Планка 13
1.5. Оптическая пирометрия 17
1.6. Тепловые источники света 19
1.7. Фотоэффект 20
1.7.1 Виды фотоэлектрического эффекта. Законы внешнего фотоэффекта 20
1.7.2 Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта. Экспериментальное подтверждение квантовых свойств света 24
1.7.3 Применение фотоэффекта 27
1.8. Масса и импульс фотона. Давление света 29
1.9. Эффект Комптона и его элементарная теория 31
1.10. Единство корпускулярных и волновых свойств электромагнитного излучения 34
2. Теория атома водорода по Бору 35
2.1. Модели атома Томсона и Резерфорда 35
2.2. Линейчатый спектр атома водорода 37
2.3. Постулаты Бора 39
2.4. Опыты Франка и Герца 40
2.5. Спектр атома водорода по Бору 42
3. Элементы квантовой механики 45
3.1. Корпускулярно-волновой дуализм свойств вещества 45
3.2. Соотношение неопределенностей 49
3.3. Волновая функция и ее статистический смысл 54
3.4. Общее уравнение Шредингера. Уравнение Шредингера для стационарных состояний 57
3.5. Принцип причинности в квантовой механике 60
3.6. Движение свободной частицы 60
3.7. Частица в одномерной прямоугольной "потенциальной яме" с бесконечно высокими "стенками" 61
3.8. Прохождение частицы сквозь потенциальный барьер. Туннельный эффект 66
3.9. Линейный гармонический осциллятор в квантовой механике 70

4. Элементы современной физики атомов 73
4.1. Атом водорода в квантовой механике 73
4.2. 1s-состояние электрона в атоме водорода 78
4.3. Спин электрона. Спиновое квантовое число 81
4.4.Принцип неразличимости тождественных частиц. Фермионы и бозоны 82
4.5.Принцип Паули. Распределение электронов в атоме по состояниям 84
4.6. Периодическая система элементов Менделеева 86
4.7. Рентгеновские спектры 90
5. Элементы современной физики молекул 93
5.1. Молекулы: химические связи, понятие об энергетических уровнях 93
5.2. Молекулярные спектры. Комбинационное рассеяние света. 95
6. Основы физики лазеров 98
6.1. Поглощение. Спонтанное и вынужденное излучение 98
6.2. Оптические квантовые генераторы (лазеры) 100
ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ 106
ТРЕНИНГ УМЕНИЙ 110
ГЛОССАРИЙ*

* Глоссарий расположен в середине учебного пособия и предназначен для самостоятельного заучивания новых понятий.

ДИДАКТИЧЕСКИЙ ПЛАН

Квантовая природа излучения. Тепловое излучение и его характеристики. Закон Кирхгофа. Законы Стефана – Больцмана и смещения Вина. Формулы Релея – Джинса и Планка. Оптическая пирометрия. Тепловые источники света. Виды фотоэлектрического эффекта. Законы внешнего фотоэффекта. Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта. Экспериментальное подтверждение квантовых свойств света. Применение фотоэффекта. Масса и импульс фотона. Давление света. Эффект Комптона и его элементарная теория. Единство корпускулярных и волновых свойств электромагнитного излучения.

Теория атома водорода по Бору. Модели атома Томсона и Резерфорда. Линейчатый спектр атома водорода. Постулаты Бора. Опыты Франка и Герца. Спектр атома водорода по Бору.

Элементы квантовой механики. Корпускулярно-волновой дуализм свойств вещества. Некоторые свойства волн де Бройля. Соотношение неопределенностей. Волновая функция и ее статистический смысл. Общее уравнение Шредингера. Уравнение Шредингера для стационарных состояний. Принцип причинности в квантовой механике. Движение свободной частицы. Частица в одномерной прямоугольной "потенциальной яме" с бесконечно высокими "стенками". Прохождение частицы сквозь потенциальный барьер. Туннельный эффект. Линейный гармонический осциллятор в квантовой механике.

Элементы современной физики атомов. Атом водорода в квантовой механике. 1s-состояние электрона в атоме водорода. Спин электрона. Спиновое квантовое число. Принцип неразличимости тождественных частиц. Фермионы и бозоны. Принцип Паули. Распределение электронов в атоме по состояниям. Периодическая система элементов Менделеева. Рентгеновские спектры.

Элементы современной физики молекул. Молекулы: химические связи, понятие об энергетических уровнях. Молекулярные спектры. Комбинационное рассеяние света.

Основы физики лазеров. Поглощение, спонтанное и вынужденное излучение. Оптические квантовые генераторы (лазеры).

ЛИТЕРАТУРА

Базовая

*1. Трофимова Т.И. Курс физики. — М.: Высшая школа, 2000.
*2. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. — М.: Высшая школа, 2000.

Дополнительная

3. Бабаджан Е.И., Гервидс В.И., Дубовик В.М., Нерсесов Э.А. Сборник качественных вопросов и задач по общей физике. — М.: Наука, 1990.
4. Вихман Э. Квантовая физика. — М.: Наука, 2000.
5. Савельев И.В. Курс общей физики. Кн. 5. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. — М.: Наука, 1998.
6. Стрелков С.П., Сивухин Д.В., Угаров В.А., Яковлев И.А. Сборник задач по общему курсу физики. Т.6. Квантовая физика. — М.: Наука, 1999.

Примечание. Знаком (*) отмечены работы, на основе которых составлен тематический обзор.

ПЕРЕЧЕНЬ УМЕНИЙ

№ п/п	Умения	Алгоритмы
1	*Решить задачу на теорию фотоэффекта.*	*1.Записать уравнение Эйнштейна для фотоэффекта* $h\nu = A + mv_{max}^2/2$. *2.Выразить частоту через длину волны* $\nu = c/\lambda$. *3.Выразить или найти работу выхода через красную границу фотоэффекта* $A = h\nu_{min}$. *4.Выразить кинетическую энергию фотоэлектрона через запирающее напряжение. 5.Составить уравнения для искомой величины и решить систему.*
2	*Определить характеристики фотона.*	*1.Определить энергию фотона. 2.Определить импульс фотона. 3.Определить массу фотона. 4.Определить длину волны.*
3	*Определить длину волны, испускаемой (поглощаемой) при переходах атомов или ионов из одного состояния в другое.*	*1.Определить энергии атома в различных состояниях. 2.Определить частоту излучения. 3.Определить длину волны.*
4	*Решить задачу на формулу де Бройля.*	*1.Записать формулу де Бройля. 2.Выразить неизвестную величину. 3.Произвести расчет. 4.Сравнить полученную длину волны с размерами объекта.*

1. Квантовая природа излучения

1.1. Тепловое излучение и его характеристики

Тела, нагретые до достаточно высоких температур, светятся. Свечение тел, обусловленное нагреванием, называется **тепловым (температурным) излучением**. Тепловое излучение, являясь самым распространенным в природе, совершается за счет энергии теплового движения атомов и молекул вещества (т. е. за счет его внутренней энергии) и свойственно всем телам при температуре выше 0 К. Тепловое излучение характеризуется сплошным спектром, положение максимума которого зависит от температуры. При высоких температурах излучаются короткие (видимые и ультрафиолетовые) электромагнитные волны, при низких — преимущественно длинные (инфракрасные).

Тепловое излучение — практически единственный вид излучения, который может быть равновесным. Предположим, что нагретое (излучающее) тело помещено в полость, ограниченную идеально отражающей оболочкой. С течением времени, в результате непрерывного обмена энергией между телом и излучением, наступит равновесие, т. е. тело в единицу времени будет поглощать столько же энергии, сколько и излучать. Допустим, что равновесие между телом и излучением по какой-либо причине нарушено и тело излучает энергии больше, чем поглощает. Если в единицу времени тело больше излучает, чем поглощает (или наоборот), то температура тела начнет понижаться (или повышаться). В результате будет ослабляться (или возрастать) количество излучаемой телом энергии, пока, наконец, не установится равновесие. Все другие виды излучения неравновесны.

Количественной характеристикой теплового излучения служит **спектральная плотность энергетической светимости (излучательности) тела** — мощность излучения с единицы площади поверхности тела в интервале частот единичной ширины

$$R_{\nu,T} = \frac{dW^{\text{изл}}_{\nu,\nu+d\nu}}{d\nu},$$

где $dW^{\text{изл}}_{\nu,\nu+d\nu}$ — энергия электромагнитного излучения, испускаемого за единицу времени (мощность излучения) с единицы площади поверхности тела в интервале частот от ν до $d\nu$.

* Жирным шрифтом выделены новые понятия, которые необходимо усвоить. Знание этих понятий будет проверяться при тестировании.

Единица спектральной плотности энергетической светимости $R_{\nu,T}$ — джоуль на метр в квадрате (Дж/м^2).

Формулу можно представить в виде функции длины волны: $dW^{\text{изл}}_{\nu,\nu+d\nu} = R_{\nu,T}d\nu = R_{\lambda,T}d\lambda$. Так как $c = \lambda\nu$, то $\frac{d\lambda}{d\nu} = -\frac{c}{\nu^2} = -\frac{\lambda^2}{c}$, где знак минус указывает на то, что с возрастанием одной из величин (ν или λ) другая величина убывает. Поэтому в дальнейшем знак минус будем опускать. Таким образом,

$$R_{\nu,T} = R_{\lambda,T}\frac{\lambda^2}{c}. \qquad (1.1)$$

С помощью формулы (1.1) можно перейти от $R_{\nu,T}$ к $R_{\lambda,T}$ и наоборот.

Зная спектральную плотность энергетической светимости, можно вычислить интегральную энергетическую светимость (интегральную излучательность) (ее называют просто энергетической светимостью тела), просуммировав по всем частотам:

$$R_T = \int_0^\infty R_{\nu,T}d\nu. \qquad (1.2)$$

Способность тел поглощать падающее на них излучение характеризуется **спектральной поглощательной способностью**

$$A_{\nu,T} = \frac{dW^{\text{погл}}_{\nu,\nu+d\nu}}{dW_{\nu,\nu+d\nu}},$$

показывающей, какая доля энергии, приносимой за единицу времени на единицу площади поверхности тела падающими на нее электромагнитными волнами с частотами от ν до $d\nu$, поглощается телом. Спектральная поглощательная способность — величина безразмерная. Величины $R_{\nu,T}$ и $A_{\nu,T}$ зависят от природы тела, его термодинамической температуры и при этом различаются для излучений с различными частотами. Поэтому эти величины относят к определенным T и ν (вернее, к достаточно узкому интервалу частот от ν до $d\nu$).

Тело, способное поглощать полностью при любой температуре все падающее на него излучение любой частоты, называется **абсолютно черным телом**. Следовательно, спектральная поглощательная

способность черного тела для всех частот и температур тождественно равна единице ($A^{ч}_{\nu,T} \equiv 1$). Абсолютно черных тел в природе нет, однако такие тела, как сажа, платиновая чернь, черный бархат и некоторые другие, в определенном интервале частот по своим свойствам близки к ним.

Идеальной моделью черного тела является замкнутая полость с небольшим отверстием О, внутренняя поверхность которой зачернена (рис. 1). Луч света, попавший внутрь такой полости, испытывает многократные отражения от стенок, в результате чего интенсивность вышедшего излучения оказывается практически равной нулю. Опыт показывает, что при размере отверстия, меньшего 0,1 диаметра полости, падающее излучение всех частот полностью поглощается. Вследствие этого открытые окна домов со стороны улицы кажутся черными, хотя внутри комнат достаточно светло из-за отражения света от стен.

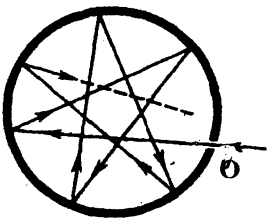


Рис. 1

Наряду с понятием черного тела используют понятие **серого тела** — тела, поглощательная способность которого меньше единицы, но одинакова для всех частот и зависит только от температуры, материала и состояния поверхности тела. Таким образом, для серого тела $A^{с}_{\nu,T} = A_T = \text{const} < 1$.

Исследование теплового излучения сыграло важную роль в создании квантовой теории света, поэтому необходимо рассмотреть законы, которым оно подчиняется.

1.2. Закон Кирхгофа

Немецкий физик Г. Кирхгоф (1824 — 1887), опираясь на второй закон термодинамики и анализируя условия равновесного излучения в изолированной системе тел, установил количественную связь между спектральной плотностью энергетической светимости и спектральной

поглощательной способностью тел. **Закон Кирхгофа**: отношение спектральной плотности энергетической светимости к спектральной поглощательной способности не зависит от природы тела; оно является для всех тел универсальной функцией частоты (длины волны) и температуры:

$$\frac{R_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} = r_{\nu,T} . \qquad (1.3)$$

Для черного тела $A^{ч}_{\nu,T} \equiv 1$, поэтому из закона Кирхгофа (1.3) вытекает, что $R_{\nu,T}$ для черного тела равна $r_{\nu,T}$. Таким образом, **универсальная функция Кирхгофа** $r_{\nu,T}$ — это спектральная плотность энергетической светимости черного тела. Следовательно, согласно закону Кирхгофа для всех тел отношение спектральной плотности энергетической светимости к спектральной поглощательной способности равно спектральной плотности энергетической светимости черного тела при той же температуре и частоте.

Из закона Кирхгофа следует, что спектральная плотность энергетической светимости любого тела в любой области спектра всегда меньше спектральной плотности энергетической светимости черного тела (при тех же значениях T и ν), так как $A_{\nu,T} < 1$ и поэтому $R_{\nu,T} < r_{\nu,T}$. Кроме того, из (1.3) вытекает, что если тело при данной температуре T не поглощает электромагнитные волны в интервале частот от ν до $d\nu$, то оно их в этом интервале частот при температуре T и не излучает, так как при $A_{\nu,T} = 0$ $R_{\nu,T}$ =0.

Используя закон Кирхгофа, выражение для энергетической светимости тела (1.2) можно записать в виде

$$R_T = \int_0^{\infty} A_{\nu,T} r_{\nu,T} d\nu .$$

Для серого тела

$$R^{с}_T = A_T \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu = A_T R_e , \qquad (1.4)$$

где R_e — энергетическая светимость черного тела (зависит только от температуры)

$$R_e = \int_0^\infty r_{\nu,T} d\nu . \qquad (1.5)$$

Закон Кирхгофа описывает только тепловое излучение, являясь настолько характерным для него, что может служить надежным критерием для определения природы излучения. Излучение, которое закону Кирхгофа не подчиняется, не является тепловым.

1.3. Законы Стефана — Больцмана и смещения Вина

Из закона Кирхгофа (1.3) следует, что спектральная плотность энергетической светимости черного тела является универсальной функцией, поэтому нахождение ее явной зависимости от частоты и температуры является важной задачей теории теплового излучения.

Австрийский физик Я. Стефан (1835 — 1893), анализируя экспериментальные данные (1879), и австрийский физик Л. Больцман (1844 — 1906), применяя термодинамический метод (1884), решили эту задачу лишь частично, установив зависимость энергетической светимости R_e от температуры. Согласно **закону Стефана — Больцмана**

$$R_e = \sigma T^4 , \qquad (1.6)$$

т. е. энергетическая светимость черного тела пропорциональна четвертой степени его термодинамической температуры. Здесь σ — постоянная Стефана — Больцмана, ее экспериментальное значение равно $5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4).

Закон Стефана — Больцмана, определяя зависимость R_e от температуры, не дает ответа относительно спектрального состава излучения черного тела. Из экспериментальных кривых зависимости функции $r_{\lambda,T}$ от длины волны $\lambda \left(r_{\lambda,T} = \frac{c}{\lambda^2} r_{\nu,T} \right)$ при различных температурах (рис. 2) следует, что распределение энергии в спектре черного тепа является неравномерным. Все кривые имеют явно выраженный максимум, который по мере повышения температуры смещается в сторону более коротких волн. Площадь, ограниченная кривой зависимости $r_{\lambda,T}$ от λ и осью абсцисс, пропорциональна энергетической светимости R_e черного тела и, следовательно, по закону Стефана — Больцмана, четвертой степени температуры.

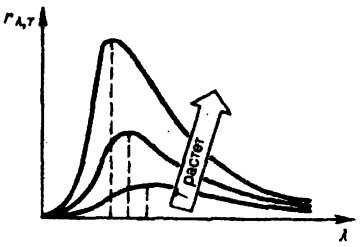


Рис. 2

Немецкий физик В. Вин (1864 — 1928), опираясь на законы термо- и электродинамики, установил зависимость длины волны λ_{max}, соответствующей максимуму функции $r_{\lambda,T}$, от температуры T. Согласно **закону смещения Вина**

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T}, \qquad (1.7)$$

т. е. длина волны λ_{max}, соответствующая максимальному значению спектральной плотности энергетической светимости $r_{\lambda,T}$ черного тела, обратно пропорциональна его термодинамической температуре.Здесь b — постоянная Вина, ее экспериментальное значение равно 2,9 ·10^{-3} м·К. Выражение (1.7) потому называют законом смещения Вина, что оно показывает смещение положения максимума функции $r_{\lambda,T}$ по мере возрастания температуры в область коротких длин волн. Закон Вина объясняет, почему при понижении температуры нагретых тел в их спектре все сильнее преобладает длинноволновое излучение (например, переход белого каления в красное при остывании металла).

1.4. Формулы Рэлея — Джинса и Планка

Из рассмотрения законов Стефана — Больцмана и Вина следует, что термодинамический подход к решению задачи о нахождении универсальной функции Кирхгофа $r_{\nu,T}$ не дал желаемых результатов. Следующая строгая попытка теоретического вывода зависимости $r_{\nu,T}$ принадлежит английским ученым Д. Рэлею (1842 — 1919) и Д. Джинсу (1877 — 1946), которые применили к тепловому излучению методы

статистической физики, воспользовавшись классическим законом равномерного распределения энергии по степеням свободы.

Формула Рэлея—Джинса для спектральной плотности энергетической светимости черного тела имеет вид

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2}\langle\varepsilon\rangle = \frac{2\pi\nu^2}{c^2}kT, \qquad (1.8)$$

где $\langle\varepsilon\rangle = kT$ — средняя энергия осциллятора с собственной частотой ν; $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана. Для осциллятора, совершающего колебания, средние значения кинетической и потенциальной энергий одинаковы, поэтому средняя энергия каждой колебательной степени свободы $\langle\varepsilon\rangle = kT$.

Как показал опыт, выражение (1.8) согласуется с экспериментальными данными только в области достаточно малых частот и больших температур. В области больших частот формула Рэлея—Джинса резко расходится с экспериментом, а также с законом смещения Вина (рис. 3). Кроме того, оказалось, что попытка получить закон Стефана — Больцмана (1.6) из формулы Рэлея — Джинса приводит к абсурду. Действительно, вычисленная с использованием (1.8) энергетическая светимость черного тела (1.5)

$$R_e = \int_0^\infty r_{\nu,T}\,d\nu = \frac{2\pi kT}{c^2}\int_0^\infty \nu^2 d\nu = \infty,$$

в то время как по закону Стефана — Больцмана (1.6) она пропорциональна четвертой степени температуры. Этот результат получил название "ультрафиолетовой катастрофы". Таким образом, в рамках классической физики не удалось объяснить законы распределения энергии в спектре черного тела.

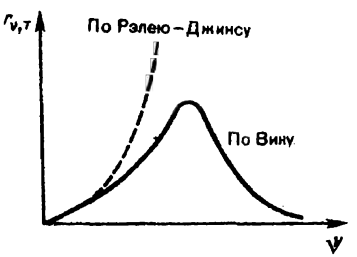


Рис. 3

В области больших частот хорошее согласие с опытом дает формула Вина (закон излучения Вина), полученная им из общих теоретических соображений:

$$r_{\nu,T} = C\nu^3 A e^{-A\nu/T},$$

где $r_{\nu,T}$ —спектральная плотность энергетической светимости черного тела; C и A — постоянные величины. В современных обозначениях с использованием постоянной Планка (М. Планк — немецкий физик (1858 — 1947)), которая в то время еще не была известна, закон излучения Вина может быть записан в виде

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} e^{-h\nu/(kT)}.$$

Правильное, согласующееся с опытными данными выражение для спектральной плотности энергетической светимости черного тела было найдено в 1900 г. Планком. Для этого ему пришлось отказаться от установившегося положения классической физики, согласно которому энергия любой системы может изменяться непрерывно, т. е. может принимать любые сколь угодно близкие значения. Согласно выдвинутой Планком **квантовой гипотезе** атомные осцилляторы излучают энергию не непрерывно, а определенными порциями — квантами, причем энергия кванта пропорциональна частоте колебания

$$\varepsilon_0 = h\nu = hc/\lambda, \qquad (1.9)$$

где h = 6,625·10^{-34} Дж·с — постоянная Планка. Так как излучение испускается порциями, то энергия осциллятора ε может принимать лишь определенные дискретные значения, кратные целому числу элементарных порций энергии $\varepsilon_0 : \varepsilon = nh\nu$, где n — целое число; n = 0, 1, 2, ...

В данном случае среднюю энергию $\langle\varepsilon\rangle$ осциллятора нельзя принимать равной kT. В приближении, что распределение осцилляторов по возможным дискретным состояниям подчиняется распределению Больцмана. Средняя энергия осциллятора равна

$$\langle\varepsilon\rangle = \frac{h\nu}{e^{h\nu/(kT)} - 1},$$

а спектральная плотность энергетической светимости черного тела

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{h\nu/(kT)} - 1} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/(kT)} - 1}.$$

Таким образом, Планк вывел для универсальной функции Кирхгофа формулу

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/(kT)} - 1}, \qquad (1.10)$$

которая блестяще согласуется с экспериментальными данными по распределению энергии в спектрах излучения черного тела во всем интервале частот и температур. Теоретический вывод этой формулы М. Планк изложил 14 декабря 1900 г. на заседании Немецкого физического общества. Этот день стал датой рождения квантовой физики.

В области малых частот, т. е. при $h\nu << kT$ (энергия кванта очень мала по сравнению с энергией теплового движения kT), формула Планка (1.10) совпадает с формулой Рэлея — Джинса (1.8). Для доказательства этого разложим экспоненциальную функцию в ряд, ограничившись для рассматриваемого случая двумя первыми членами:

$$e^{h\nu/(kT)} \approx 1 + \frac{h\nu}{kT}, \quad e^{h\nu/(kT)} - 1 \approx \frac{h\nu}{kT}.$$

Подставляя последнее выражение в формулу Планка (1.10), найдем, что

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{h\nu/(kT)} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT,$$

т. е. получили формулу Рэлея — Джинса (1.8).

Из формулы Планка можно получить закон Стефана — Больцмана. Согласно (1.5) и (1.10)

$$R_e = \int_0^\infty r_{\nu,T} d\nu = \int_0^\infty \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/(kT)} - 1} d\nu.$$

Введем безразмерную переменную $x = h\nu/(kT)$; $dx = hd\nu/(kT)$; $d\nu = kTdx/h$. Формула для R_e преобразуется к виду

$$R_e = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} T^4 \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \sigma T^4, \qquad (1.11)$$

где $\sigma = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{2\pi^5 k^4}{15 c^2 h^3}$, так как $\int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$. Таким образом, действительно формула Планка позволяет получить закон Стефана —

Больцмана (ср. формулы (1.6) и (1.11)). Кроме того, подстановка числовых значений k, c и h дает для постоянной Стефана — Больцмана значение, хорошо согласующееся с экспериментальными данными. Закон смещения Вина получим с помощью формул (1.1) и (1.10)

$$r_{\lambda,T} = \frac{c}{\lambda^2} r_{\nu,T} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/(kT\lambda)} - 1},$$

откуда

$$\frac{\partial r_{\lambda,T}}{\partial \lambda} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^6 (e^{hc/(kT\lambda)} - 1)} \left(\frac{hc}{kT\lambda} e^{hc/(kT\lambda)} \frac{1}{\left(e^{hc/(kT\lambda)} - 1\right) - 5} \right).$$

Значение λ_{max}, при котором функция достигает максимума, найдем, приравняв к нулю эту производную. Тогда, введя $x = hc/(kT\lambda_{max})$, получим уравнение

$$xe^x - 5(e^x - 1) = 0.$$

Решение этого трансцендентного уравнения методом последовательных приближений дает x = 4,965. Следовательно, $hc/(kT\lambda_{max})$ = 4,965, откуда

$$T\lambda_{max} = hc/(4,965k) = b,$$

т. е. получили закон смещения Вина (см. (1.6)).

С одной стороны, из формулы Планка, зная универсальные постоянные h, k и n, можно вычислить постоянные Стефана — Больцмана σ и Вина b. С другой стороны, зная экспериментальные значения σ и b, можно вычислить значения h и k (именно так и было впервые найдено числовое значение постоянной Планка).

Таким образом, формула Планка не только хорошо согласуется с экспериментальными данными, но и содержит в себе частные законы теплового излучения, а также позволяет вычислить постоянные в законах теплового излучения. Следовательно, формула Планка является полным решением основной задачи теплового излучения, поставленной Кирхгофом. Ее решение стало возможным лишь благодаря революционной квантовой гипотезе Планка.

1.5. Оптическая пирометрия

Законы теплового излучения используются для измерения температуры раскаленных и самосветящихся тел (например, звезд).

Методы измерения высоких температур, использующие зависимость спектральной плотности энергетической светимости или интегральной энергетической светимости тел от температуры, называются **оптической пирометрией**. Приборы для измерения температуры нагретых тел по интенсивности их теплового излучения в оптическом диапазоне спектра называются **пирометрами**. В зависимости от того, какой закон теплового излучения используется при измерении температуры тел, различают радиационную, цветовую и яркостную температуры.

Радиационной температурой тела $T_р$ называется температура черного тела, при которой его энергетическая светимость R_e (1.5) равна энергетической светимости R_T (1.2) исследуемого тела. В данном случае регистрируется энергетическая светимость исследуемого тела и по закону Стефана — Больцмана (1.6) вычисляется его радиационная температура

$$T_р = \sqrt[4]{R_T / \sigma}\,.$$

Радиационная температура $T_р$ тела всегда меньше его истинной температуры T. Для доказательства этого предположим, что исследуемое тело является серым. Тогда, используя (1.6) и (1.4), можно записать $R_T^e = A_T R_e = A_T \sigma T^4$. С другой стороны, $R_T^e = \sigma T_р^4$. Из сравнения этих выражений вытекает, что $T_р = \sqrt[4]{A_T}\,T$. Так как $A_T < 1$, то $T_р < T$, т. е. истинная температура тела всегда выше радиационной.

Цветовой температурой тела $T_ц$ называется такая температура черного тела, при которой относительные распределения спектральной плотности яркости этого тела и рассматриваемого тела максимально близки в видимой области спектра.

Для серых тел (или тел, близких к ним по свойствам) спектральная плотность энергетической светимости $R_{\lambda,T} = A_T r_{\lambda,T}$, где A_T = const < 1. Следовательно, распределение энергии в спектре излучения серого тела такое же, как и в спектре черного тела, имеющего ту же температуру, поэтому к серым телам применим закон смещения Вина (1.7). Зная длину волны λ_{max}, соответствующую максимальной спектральной плотности энергетической светимости $R_{\lambda,T}$ исследуемого тела, можно определить его температуру $T_ц = b/\lambda_{max}$. Для серых тел цветовая

температура совпадает с истинной. Для тел, которые сильно отличаются от серых (например, обладающих селективным поглощением), понятие цветовой температуры теряет смысл. Таким способом определяется температура на поверхности Солнца ($T_ц \approx 6500$ K) и звезд.

Яркостной температурой тела $T_я$ называется температура черного тела, при которой для определенной длины волны его спектральная плотность энергетической светимости равна спектральной плотности энергетической светимости исследуемого тела, т. е.

$$r_{\lambda,T_я} = R_{\lambda,T}, \qquad (1.12)$$

где T — истинная температура тела. По закону Кирхгофа (1.3) для исследуемого тела при длине волны λ $R_{\lambda,T} / A_{\lambda,T} = r_{\lambda,T}$ или, учитывая (1.12),

$$A_{\lambda,T} = r_{\lambda,T_я} / r_{\lambda,T}. \qquad (1.13)$$

Так как для нечерных тел $A < 1$, то $r_{\lambda,T_я} < r_{\lambda,T}$ и, следовательно, $T_я < T$, т. е. истинная температура тела всегда выше яркостной.

В качестве яркостного пирометра обычно используется пирометр с исчезающей нитью. Накал нити пирометра подбирается таким, чтобы выполнялось условие (1.12). В данном случае изображение нити пирометра становится неразличимым на фоне поверхности раскаленного тела, т. е. нить как бы "исчезает". Используя проградуированный по черному телу миллиамперметр, можно определить яркостную температуру.

Зная поглощательную способность тела $A_{\lambda,T}$ при той же длине волны, по яркостной температуре можно определить истинную. Переписав формулу Планка (1.10) в виде $r_{\lambda,T} = \frac{c}{\lambda^2} r_{\nu,T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/(kT\lambda)} - 1}$ и учитывая это в (1.13), получим $A_{\lambda,T} = \frac{e^{hc/(kT)} - 1}{e^{hc/(kT_я\lambda)} - 1}$, т. е. при известных $A_{\lambda,T}$ и λ можно определить истинную температуру исследуемого тела.

1.6. Тепловые источники света

Свечение раскаленных тел используется для создания источников света, первые из которых — лампы накаливания и дуговые лампы — были соответственно изобретены русскими учеными А. Н. Лодыгиным (1847 — 1923) в 1873 г. и П. Н. Яблочковым (1847 — 1894) в 1876 г.

На первый взгляд кажется, что черные тела должны быть наилучшими тепловыми источниками света, так как их спектральная плотность энергетической светимости для любой длины волны больше спектральной плотности энергетической светимости нечерных тел, взятых при одинаковых температурах. Однако оказывается, что для некоторых тел (например, вольфрама), обладающих селективностью теплового излучения, доля энергии, приходящаяся на излучение в видимой области спектра, значительно больше, чем для черного тела, нагретого до той же температуры. Поэтому вольфрам, обладая еще и высокой температурой плавления, является наилучшим материалом для изготовления нитей ламп.

Температура вольфрамовой нити в вакуумных лампах не должна превышать 2450 К, поскольку при более высоких температурах происходит ее сильное распыление. Максимум излучения при этой температуре соответствует длине волны $\approx 1{,}1$ мкм, т.е. очень далек от максимума чувствительности человеческого глаза ($\approx 0{,}55$ мкм). Наполнение баллонов ламп инертными газами (например, смесью криптона и ксенона с добавлением азота) при давлении ≈ 50 кПа позволяет увеличить температуру нити до 3000 К, что приводит к улучшению спектрального состава излучения. Однако светоотдача при этом не увеличивается, так как возникают дополнительные потери энергии из-за теплообмена между нитью и газом вследствие теплопроводности и конвекции. Для уменьшения потерь энергии за счет теплообмена и повышения светоотдачи газонаполненных ламп нить изготовляют в виде спирали, отдельные витки которой обогревают друг друга. При высокой температуре вокруг этой спирали образуется неподвижный слой газа и исключается теплообмен вследствие конвекции. Энергетический КПД ламп накаливания в настоящее время не превышает 5%.

1.7. Фотоэффект

1.7.1 Виды фотоэлектрического эффекта. Законы внешнего фотоэффекта

Гипотеза Планка, блестяще решившая задачу теплового излучения черного тела, получила подтверждение и дальнейшее развитие при объяснении фотоэффекта — явления, открытие и исследование которого сыграло важную роль в становлении квантовой теории. Различают фотоэффект внешний, внутренний и вентильный.

Внешним фотоэлектрическим эффектом (фотоэффектом) называется испускание электронов веществом под действием

электромагнитного излучения в вакуум или другую среду. Внешний фотоэффект наблюдается в твердых телах (металлах, полупроводниках, диэлектриках), жидкостях, а также в газах на отдельных атомах и молекулах (фотоионизация). Фотоэффект обнаружен в 1887 г. немецким физиком Г. Герцем (1857 — 1894), наблюдавшим усиление процесса разряда при облучении искрового промежутка ультрафиолетовым излучением.

Первые фундаментальные исследования фотоэффекта выполнены русским ученым А. Г. Столетовым (1839 — 1896). Принципиальная схема для исследования фотоэффекта приведена на рис. 4. Два электрода (катод К из исследуемого металла и анод А — в схеме Столетова применялась металлическая сетка) в вакуумной трубке подключены к батарее так, что с помощью потенциометра *R* можно изменять не только значение, но и знак подаваемого на них напряжения. Ток, возникающий при освещении катода монохроматическим светом (через кварцевое окошко), измеряется включенным в цепь миллиамперметром. Облучая катод светом различных длин волн, Столетов установил следующие закономерности, не утратившие своего значения до нашего времени:

1. Наиболее эффективное действие оказывает ультрафиолетовое излучение;
2. Под действием света вещество теряет только отрицательные заряды;
3. Сила тока, возникающего под действием света, прямо пропорциональна его интенсивности.

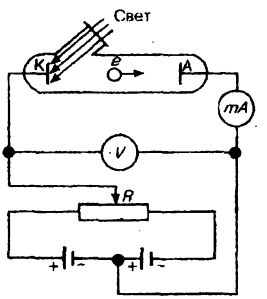


Рис. 4

Английский физик Дж. Дж. Томсон (1856 — 1940) в 1898 г. измерил удельный заряд испускаемых под действием света частиц (по

отклонению в электрическом и магнитном полях). Эти измерения показали, что под действием света вырываются электроны.

Внутренний фотоэффект — это вызванные электромагнитным излучением переходы электронов внутри полупроводника или диэлектрика из связанных состояний в свободные без вылета наружу. В результате концентрация носителей тока внутри тела увеличивается, что приводит к возникновению фотопроводимости (повышению электропроводности полупроводника или диэлектрика при его освещении) или к возникновению эдс.

Вентильный фотоэффект — возникновение эдс (фотоэдс) при освещении контакта двух разных полупроводников или полупроводника и металла (при отсутствии внешнего электрического поля). Вентильный фотоэффект является разновидностью внутреннего фотоэффекта и открывает пути для прямого преобразования солнечной энергии в электрическую.

На рис. 4 приведена экспериментальная установка для исследования вольт-амперной характеристики фотоэффекта — зависимости фототока I, образуемого потоком электронов, испускаемых катодом под действием света, от напряжения U между электродами. Такая зависимость, соответствующая двум различным освещенностям E_e катода (частота света в обоих случаях одинакова), приведена на рис. 5. По мере увеличения U фототок постепенно возрастает, т. е. все большее число фотоэлектронов достигает анода. Пологий характер кривых показывает, что электроны вылетают из катода с различными скоростями. Максимальное значение тока $I_{нас}$ — фототок насыщения — определяется таким значением U, при котором все электроны, испускаемые катодом, достигают анода:

$$I_{нас} = en,$$

где n — число электронов, испускаемых катодом в 1 с.

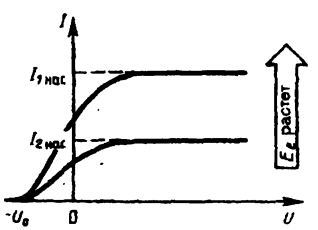


Рис. 5

Из вольт-амперной характеристики следует, что при $U = 0$ фототок не исчезает. Следовательно, электроны, выбитые светом из катода, обладают некоторой начальной скоростью v, а значит и отличной от нуля кинетической энергией и могут достигнуть анода без внешнего поля. Для того чтобы фототок стал равным нулю, необходимо приложить задерживающее напряжение U_0. При $U = U_0$ ни один из электронов, даже обладающий при вылете из катода максимальной скоростью v_{max}, не может преодолеть задерживающего поля и достигнуть анода. Следовательно,

$$mv_{max}^2/2 = eU_0, \qquad (1.14)$$

т. е., измерив задерживающее напряжение U_0, можно определить максимальные значения скорости и кинетической энергии фотоэлектронов.

При изучении вольт-амперных характеристик разнообразных материалов (важна чистота поверхности, поэтому измерения проводятся в вакууме и на свежих поверхностях) при различных частотах падающего на катод излучения и различных энергетических освещенностях катода и обобщения полученных данных были установлены следующие три закона внешнего фотоэффекта.

I. Закон Столетова: при фиксированной частоте падающего света число фотоэлектронов, вырываемых из катода в единицу времени, пропорционально интенсивности света (сила фототока насыщения пропорциональна энергетической освещенности E_e катода).

II. Максимальная начальная скорость (максимальная начальная кинетическая энергия) фотоэлектронов не зависит от интенсивности падающего света, а определяется только его частотой ν.

III. Для каждого вещества существует **красная граница фотоэффекта**, т. е. минимальная частота света ν_0 (зависящая от химической природы вещества и состояния его поверхности), ниже которой фотоэффект невозможен.

Качественное объяснение фотоэффекта с волновой точки зрения на первый взгляд не должно было бы представлять трудностей. Действительно, под действием поля световой волны в металле возникают вынужденные колебания электронов, амплитуда которых (например, при резонансе) может быть достаточной для того, чтобы электроны покинули металл; тогда и наблюдается фотоэффект. Кинетическая энергия вырываемого из металла электрона должна была бы зависеть от интенсивности падающего света, так как с увеличением последней электрону передавалась бы большая энергия. Однако этот вывод

противоречит II закону фотоэффекта, так как по волновой теории энергия, передаваемая электронам, пропорциональна интенсивности света, то свет любой частоты, но достаточно большой интенсивности, должен был бы вырывать электроны из металла. Иными словами, красной границы фотоэффекта не должно быть, что противоречит III закону фотоэффекта. Кроме того, волновая теория не смогла объяснить безынерционность фотоэффекта, установленную опытами. Таким образом, фотоэффект необъясним с точки зрения волновой теории света.

1.7.2. Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта. Экспериментальное подтверждение квантовых свойств света

А. Эйнштейн (1879 — 1955) в 1905 г. показал, что явление фотоэффекта и его закономерности могут быть объяснены на основе предложенной им квантовой теории фотоэффекта. Согласно Эйнштейну свет частотой ν не только испускается, как это предполагал Планк, но и распространяется в пространстве и поглощается веществом отдельными порциями (квантами), энергия которых $\varepsilon_0 = h\nu$. Таким образом, распространение света нужно рассматривать не как непрерывный волновой процесс, а как поток локализованных в пространстве дискретных световых квантов, движущихся со скоростью c распространения света в вакууме. Кванты электромагнитного излучения получили название фотонов.

По Эйнштейну, каждый квант поглощается только одним электроном. Поэтому число вырванных фотоэлектронов должно быть пропорционально интенсивности света (I закон фотоэффекта). Безынерционность фотоэффекта объясняется тем, что передача энергии при столкновении фотона с электроном происходит почти мгновенно.

Энергия падающего фотона расходуется на совершение электроном работы выхода A из металла и на сообщение вылетевшему фотоэлектрону кинетической энергии $m\nu_{max}^2/2$. По закону сохранения энергии,

$$h\nu = A + m\nu_{max}^2/2. \qquad (1.15)$$

Уравнение (1.15) называется **уравнением Эйнштейна для внешнего фотоэффекта.**

Уравнение Эйнштейна позволяет объяснить II и III законы фотоэффекта. Из (1.15) непосредственно следует, что максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона линейно возрастает с увеличением частоты

падающего излучения и не зависит от его интенсивности (числа фотонов), так как ни A, ни ν от интенсивности света не зависят (II закон фотоэффекта). Так как с уменьшением частоты света кинетическая энергия фотоэлектронов уменьшается (для данного металла A = const), то при некоторой достаточно малой частоте $\nu = \nu_0$ кинетическая энергия фотоэлектронов станет равной нулю и фотоэффект прекратится (III закон фотоэффекта). Согласно изложенному из (1.15) получим, что

$$\nu_0 = A/h \qquad (1.16)$$

и есть красная граница фотоэффекта для данного металла. Она зависит лишь от работы выхода электрона, т. е. от химической природы вещества и состояния его поверхности.

Выражение (1.15) можно записать, используя (1.14) и (1.16), в виде

$$eU_0 = h(\nu - \nu_0).$$

Уравнение Эйнштейна было подтверждено опытами Милликена (1916 г.) В его приборе поверхность исследуемого металла подвергалась очистке в вакууме. Исследовалась зависимость максимальной кинетической энергии фотоэлектронов (изменялось задерживающее напряжение U_0 (1.14) от частоты ν и определялась постоянная Планка. В 1926 г. российские физики П. И. Лукирский (1894 — 1954) и С. С. Прилежаев для исследования фотоэффекта применили метод вакуумного сферического конденсатора. Анодом в их установке служили посеребренные стенки стеклянного сферического баллона, а катодом — шарик ($R \approx 1{,}5$ см) из исследуемого металла, помещенный в центр сферы. В остальном схема принципиально не отличается от описанной на рис. 4. Такая форма электродов позволила увеличить наклон вольт-амперных характеристик и тем самым более точно определять задерживающее напряжение U_0 (а следовательно, и h). Значение h, полученное из данных опытов, согласуется со значениями, найденными другими методами (по излучению черного тела и по коротковолновой границе сплошного рентгеновского спектра). Все это является доказательством правильности уравнения Эйнштейна, а вместе с тем и его квантовой теории фотоэффекта.

Если интенсивность света очень большая, то возможен многофотонный (нелинейный) фотоэффект, при котором электрон, испускаемый металлом, может одновременно получить энергию не от одного, а от N фотонов (N = 2—7). Уравнение Эйнштейна для многофотонного фотоэффекта имеет вид

$$Nh\nu = A + m\nu_{max}^2/2.$$

В опытах с фокусируемыми лазерными пучками плотность фотонов очень большая, поэтому электрон может поглотить не один, а несколько фотонов. При этом электрон может приобрести энергию, необходимую для выхода из вещества, даже под действием света с частотой, меньшей красной границы — порога однофотонного фотоэффекта. В результате красная граница смещается в сторону более длинных волн.

Идея Эйнштейна о распространении света в виде потока отдельных фотонов и квантовом характере взаимодействия электромагнитного излучения с веществом подтверждена в 1922 г. опытами российских физиков А. Ф. Иоффе (1880 — 1960) и Н. И. Добронравова. В электрическом поле плоского конденсатора уравновешивалась заряженная пылинка из висмута. Нижняя обкладка конденсатора изготовлялась из тончайшей алюминиевой фольги, которая являлась одновременно анодом миниатюрной рентгеновской трубки. Анод бомбардировался ускоренными до 12 кВ фотоэлектронами, испускаемыми катодом под действием ультрафиолетового излучения. Освещенность катода подбиралась столь слабой, чтобы из него в 1 с вырывалось лишь 1000 фотоэлектронов, а следовательно, и число рентгеновских импульсов было 1000 в 1 с. Опыт показал, что в среднем через каждые 30 мин уравновешенная пылинка выходила из равновесия, т. е. рентгеновское излучение освобождало из нее фотоэлектрон.

Если бы рентгеновское излучение распространялось в виде сферических волн, а не отдельных фотонов, то каждый рентгеновский импульс отдавал бы пылинке очень малую часть своей энергии, которая распределялась бы, в свою очередь, между огромным числом электронов, содержащихся в пылинке. Поэтому при таком механизме трудно вообразить, что один из электронов за такое короткое время, как 30 мин, может накопить энергию, достаточную для преодоления работы выхода из пылинки. Напротив, с точки зрения корпускулярной теории это возможно. Так, если рентгеновское излучение распространяется в виде потока дискретных фотонов, то электрон выбивается из пылинки только тогда, когда в нее попадает фотон. Элементарный расчет для выбранных условий дает, что в среднем в пылинку попадает один фотон из $1{,}8 \cdot 10^6$. Так как в 1 с вылетает 1000 фотонов, то в среднем в пылинку будет попадать один фотон в 30 мин, что согласуется с результатами опыта.

Если свет представляет собой поток фотонов, то каждый фотон, попадая в регистрирующий прибор (глаз, фотоэлемент), должен вызывать то или иное действие независимо от других фотонов. Это же означает, что при регистрации слабых световых потоков должны наблюдаться флуктуации их интенсивности. Эти флуктуации слабых

потоков видимого света действительно наблюдались российским физиком С. И. Вавиловым (1891 — 1951). Наблюдения проводились визуально. Глаз, адаптированный к темноте, обладает довольно резким порогом зрительного ощущения, т. е. воспринимает свет, интенсивность которого не меньше некоторого порога. Для света с $\lambda = 525$ нм порог зрительного ощущения соответствует у разных людей примерно 100 — 400 фотонам, падающим на сетчатку за 1 с. С. И. Вавилов наблюдал периодически повторяющиеся вспышки света одинаковой длительности. С уменьшением светового потока некоторые вспышки уже не воспринимались глазом, причем, чем слабее был световой поток, тем больше было пропусков вспышек. Это объясняется флуктуациями интенсивности света, т.е. число фотонов оказывалось по случайным причинам меньше порогового значения. Таким образом, опыт Вавилова явился наглядным подтверждением квантовых свойств света.

1.7.3. Применение фотоэффекта

На явлении фотоэффекта основано действие фотоэлектронных приборов, получивших разнообразное применение в различных областях науки и техники. В настоящее время практически невозможно указать отрасли производства, где бы не использовались **фотоэлементы** — приемники излучения, работающие на основе фотоэффекта и преобразующие энергию излучения в электрическую.

Простейшим фотоэлементом с внешним фотоэффектом является вакуумный фотоэлемент. Он представляет собой откачанный стеклянный баллон, внутренняя поверхность которого (за исключением окошка для доступа излучения) покрыта фоточувствительным слоем, служащим фотокатодом. В качестве анода обычно используется кольцо или сетка, помещаемая в центре баллона. Фотоэлемент включается в цепь батареи, эдс которой выбирается такой, чтобы обеспечить фототок насыщения. Выбор материала фотокатода определяется рабочей областью спектра: для регистрации видимого света и инфракрасного излучения используется кислородно-цезиевый катод, для регистрации ультрафиолетового излучения и коротковолновой части видимого света — сурьмяно-цезиевый. Вакуумные фотоэлементы безынерционны, и для них наблюдается строгая пропорциональность фототока интенсивности излучения. Эти свойства позволяют использовать вакуумные фотоэлементы в качестве фотометрических приборов, например фотоэлектрический экспонометр, люксметр (измеритель освещенности) и т. д.

Для увеличения интегральной чувствительности вакуумных

фотоэлементов (фототок насыщения, приходящийся на 1 лм светового потока) баллон заполняется разреженным инертным газом (Ar или Ne при давлении $\approx$ 1,3 – 13 Па). Фототок в таком элементе, называемом газонаполненным, усиливается вследствие ударной ионизации молекул газа фотоэлектронами. Интегральная чувствительность газонаполненных фотоэлементов ($\approx$ 1 мА/лм) гораздо выше, чем для вакуумных (20 — 150 мкА/лм), но они обладают по сравнению с последними большей инерционностью (менее строгой пропорциональностью фототока интенсивности излучения), что приводит к ограничению области их применения.

Для усиления фототока применяются фотоэлектронные умножители, в которых наряду с фотоэффектом используется явление вторичной электронной эмиссии. Размеры фотоэлектронных умножителей немного превышают размеры обычной радиолампы, общий коэффициент усиления составляет $\approx 10^7$ (при напряжении питания 1–1,5 кВ), а их интегральная чувствительность может достигать 10 А/лм. Поэтому фотоэлектронные умножители начинают вытеснять фотоэлементы, правда, их применение связано с использованием высоковольтных стабилизированных источников питания, что несколько неудобно.

Фотоэлементы с внутренним фотоэффектом, называемые полупроводниковыми фотоэлементами или фотосопротивлениями (фоторезисторами), обладают гораздо большей интегральной чувствительностью, чем вакуумные. Для их изготовления используются PbS, CdS, PbSc и некоторые другие полупроводники. Если фотокатоды вакуумных фотоэлементов и фотоэлектронных умножителей имеют красную границу фотоэффекта не выше 1,1 мкм, то применение фотосопротивлений позволяет проводить измерения в далекой инфракрасной области спектра (3–4 мкм), а также в областях рентгеновского и гамма-излучений. Кроме того, они малогабаритны и имеют низкое напряжение питания. Недостаток фотосопротивлений — их заметная инерционность, поэтому они непригодны для регистрации быстропеременных световых потоков.

Фотоэлементы с вентильным фотоэффектом, называемые вентильными фотоэлементами (фотоэлементами с запирающим слоем), обладая, подобно элементам с внешним фотоэффектом, строгой пропорциональностью фототока интенсивности излучения, имеют бóльшую по сравнению с ними интегральную чувствительность (примерно 2—30 мА/лм) и не нуждаются во внешнем источнике эдс. К числу вентильных фотоэлементов относятся германиевые, кремниевые, селеновые, купоросные, сернисто-серебряные и др.

Кремниевые и другие вентильные фотоэлементы применяются для

создания солнечных батарей, непосредственно преобразующих световую энергию в электрическую. Эти батареи уже в течение многих лет работают на космических спутниках и кораблях. КПД этих батарей составляет $\approx 10\%$ и, как показывают теоретические расчеты, может быть доведен до $\approx 22\%$, что открывает широкие перспективы их использования в качестве источников электроэнергии для бытовых и производственных нужд.

Рассмотренные виды фотоэффекта используются также в производстве для контроля, управления и автоматизации различных процессов, в военной технике для сигнализации и локации невидимым излучением, в технике звукового кино, в различных системах связи и т. д.

1.8. Масса и импульс фотона. Давление света

Согласно гипотезе световых квантов Эйнштейна свет испускается, поглощается и распространяется дискретными порциями (квантами), названными фотонами. Энергия фотона $\varepsilon_0 = h\nu$. Его масса находится из закона взаимосвязи массы и энергии:

$$m_\gamma = h\nu / c^2 . \qquad (1.17)$$

Фотон — элементарная частица, которая всегда (в любой среде!) движется со скоростью света c и имеет массу покоя, равную нулю. Следовательно, масса фотона отличается от массы таких элементарных частиц, как электрон, протон и нейтрон, которые обладают отличной от нуля массой покоя и могут находиться в состоянии покоя.

Импульс фотона p_γ получим, если в общей формуле теории относительности $\varepsilon_\gamma = \sqrt{m_{0\gamma}{}^2 c^4 + p_\gamma{}^2 c^2}$ положим массу покоя фотона $m_{0\gamma} = 0$:

$$p_\gamma = \varepsilon_\gamma / c = h\nu / c . \qquad (1.18)$$

Из приведенных рассуждений следует, что фотон, как и любая другая частица, характеризуется энергией, массой и импульсом. Выражения (1.17), (1.18) и (1.9) связывают корпускулярные характеристики фотона — массу, импульс и энергию — с волновой характеристикой света — его частотой ν.

Если фотоны обладают импульсом, то свет, падающий на тело, должен оказывать на него давление. Согласно квантовой теории давление света

на поверхность обусловлено тем, что каждый фотон при соударении с поверхностью передает ей свой импульс.

Рассчитаем с точки зрения квантовой теории световое давление, оказываемое на поверхность тела потоком монохроматического излучения (частота ν), падающего перпендикулярно поверхности. Если в единицу времени на единицу площади поверхности тела падает N фотонов, то при коэффициенте отражения ρ света от поверхности тела ρN фотонов отразится, а $(1-\rho)N$ — поглотится. Каждый поглощенный фотон передает поверхности импульс $p_\gamma = h\nu/c$, а каждый отраженный $-2p_\gamma = 2h\nu/c$ (при отражении импульс фотона изменяется на $-p_\gamma$). Давление света на поверхность равно импульсу, который передают поверхности за 1с N фотонов

$$p = \frac{2h\nu}{c}\rho N + \frac{h\nu}{c}(1-\rho)N = (1+\rho)\frac{h\nu}{c}N.$$

$Nh\nu = E_e$ есть энергия всех фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени, т.е. энергетическая освещенность поверхности, а $E_e/c = w$ — объемная плотность энергии излучения. Поэтому давление, производимое светом при нормальном падении на поверхность,

$$p = \frac{E_e}{c}(1+\rho) = w(1+\rho). \qquad (1.19)$$

Формула (1.19), выведенная на основе квантовых представлений, совпадает с выражением, получаемым из электромагнитной (волновой) теории Максвелла. Таким образом, давление света одинаково успешно объясняется и волновой, и квантовой теорией. Экспериментальное доказательство существования светового давления на твердые тела и газы дано в опытах русского инженера-экспериментатора П. Н. Лебедева (1866 — 1912), сыгравших в свое время большую роль в утверждении теории Максвелла. Лебедев использовал легкий подвес на тонкой нити, по краям которого прикреплены легкие крылышки, одни из которых зачернены, а поверхности других зеркальные. Для исключения конвекции и радиометрического эффекта использовалась подвижная система зеркал, позволяющая направлять свет на обе поверхности крылышек, подвес помещался в откачанный баллон, крылышки подбирались очень тонкими (чтобы температура обеих поверхностей была одинакова). Световое давление на крылышки определялось по углу закручивания нити подвеса и совпадало с теоретически рассчитанным. В частности

оказалось, что давление света на зеркальную поверхность вдвое больше, чем на зачерненную (1.19).

1.9. Эффект Комптона и его элементарная теория

Наиболее полно корпускулярные свойства света проявляются в эффекте Комптона. **Эффектом Комптона** называется упругое рассеяние коротковолнового электромагнитного излучения (рентгеновского и γ-излучений) на свободных (или слабосвязанных) электронах вещества, сопровождающееся увеличением длины волны. Американский физик А. Комптон (1892 — 1962), исследуя в 1923 г. рассеяние монохроматического рентгеновского излучения веществами с легкими атомами (парафин, бор), обнаружил, что в составе рассеянного излучения наряду с излучением первоначальной длины волны наблюдается также более длинноволновое излучение. Опыты показали, что разность $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ не зависит от длины волны λ падающего излучения и природы рассеивающего вещества, а определяется только углом рассеяния θ

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_c \sin^2(\theta/2), \qquad (1.20)$$

где λ' — длина волны рассеянного излучения; λ_C — комптоновская длина волны (при рассеянии фотона на электроне λ_C = 2,426 пм).

Этот эффект не укладывается в рамки волновой теории, согласно которой длина волны при рассеянии изменяться не должна: под действием периодического поля световой волны электрон колеблется с частотой поля и поэтому излучает рассеянные волны той же частоты.

Объяснение эффекта Комптона дано на основе квантовых представлений о природе света. Если считать, как это делает квантовая теория, что излучение имеет корпускулярную природу, т. е. представляет собой поток фотонов, то эффект Комптона — результат упругого столкновения рентгеновских фотонов со свободными электронами вещества (для легких атомов электроны слабо связаны с ядрами атомов, поэтому их можно считать свободными). В процессе этого столкновения фотон передает электрону часть своих энергии и импульса в соответствии с законами их сохранения.

Рассмотрим упругое столкновение двух частиц (рис. 6) — налетающего фотона, обладающего импульсом $p_\gamma = h\nu/c$ и энергией

$\varepsilon_\gamma = h\nu$, с покоящимся свободным электроном (энергия покоя $W_0 = m_0 c^2$; m_0 — масса покоя электрона). Фотон, столкнувшись с электроном, передает ему часть своей энергии и импульса и изменяет направление движения (рассеивается). Уменьшение энергии фотона означает увеличение длины волны рассеянного излучения. При каждом столкновении выполняются законы сохранения энергии и импульса.

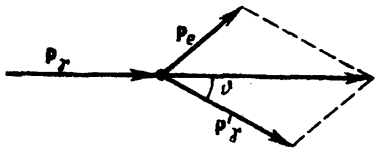


Рис. 6

Согласно закону сохранения энергии

$$W_0 + \varepsilon_\gamma = W + \varepsilon'_\gamma, \tag{1.21}$$

а согласно закону сохранения импульса

$$p_\gamma = p_e + p'_\gamma, \tag{1.22}$$

где $W_0 = m_0 c^2$ — энергия электрона до столкновения; $\varepsilon_\gamma = h\nu$ — энергия налетающего фотона; $W = \sqrt{p_e^2 c^2 + m_0^2 c^4}$ — энергия электрона после столкновения (используется релятивистская формула, так как скорость электрона отдачи в общем случае значительна); $\varepsilon'_\gamma = h\nu'$ — энергия рассеянного фотона. Подставив в выражение (1.21) значения величин и представив (1.22) в соответствии с рис. 6, получим

$$m_0 c^2 + h\nu = \sqrt{p_e^2 c^2 + m_0^2 c^4} + h\nu', \tag{1.23}$$

$$p_e^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\frac{h^2}{c^2}\nu\nu'\cos\theta. \tag{1.24}$$

Решая уравнения (1.23) и (1.24) совместно, получим

$$m_0 c^2 (\nu - \nu') = h\nu\nu'(1 - \cos\theta).$$

Поскольку $\nu = c/\lambda$, $\nu' = c/\lambda'$ и $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$, получим

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\theta) = \frac{2h}{m_0 c}\sin^2\frac{\theta}{2}. \qquad (1.25)$$

Выражение (1.25) есть не что иное, как полученная экспериментально Комптоном формула (1.20). Подстановка в нее значений h, m_0 и n дает комптоновскую длину волны электрона $\lambda_C = h/(m_0 c) =$ 2,426 пм.

Наличие в составе рассеянного излучения несмещенной линии (излучения первоначальной длины волны) можно объяснить следующим образом. При рассмотрении механизма рассеяния предполагалось, что фотон соударяется лишь со свободным электроном. Однако если электрон сильно связан с атомом, как это имеет место для внутренних электронов (особенно в тяжелых атомах), то фотон обменивается энергией и импульсом с атомом в целом. Так как масса атома по сравнению с массой электрона очень велика, то атому передается лишь ничтожная часть энергии фотона. Поэтому в данном случае длина волны рассеянного излучения λ' практически не будет отличаться от длины волны падающего излучения λ.

Из приведенных рассуждений следует также, что эффект Комптона не может наблюдаться в видимой области спектра, поскольку энергия фотона видимого света сравнима с энергией связи электрона с атомом, при этом даже внешний электрон нельзя считать свободным.

Эффект Комптона наблюдается не только на электронах, но и на других заряженных частицах, например протонах, однако из-за большой массы протона его отдача "просматривается" лишь при рассеянии фотонов очень высоких энергий.

Как эффект Комптона, так и фотоэффект на основе квантовых представлений обусловлены взаимодействием фотонов с электронами. В первом случае фотон рассеивается, во втором — поглощается. Рассеяние происходит при взаимодействии фотона со свободным электроном, а фотоэффект — со связанными электронами. Можно показать, что при столкновении фотона со свободным электроном не может произойти поглощения фотона, так как это находится в противоречии с законами сохранения импульса и энергии. Поэтому при взаимодействии фотонов со свободными электронами может наблюдаться только их рассеяние, т. е. эффект Комптона.

1.10. Единство корпускулярных и волновых свойств электромагнитного излучения

Рассмотренные явления — излучение черного тела, фотоэффект, эффект Комптона — служат доказательством квантовых (корпускулярных) представлений о свете как о потоке фотонов. Однако такие явления, как интерференция, дифракция и поляризация света, убедительно подтверждают волновую (электромагнитную) природу света. Наконец, давление и преломление света объясняются как волновой, так и квантовой теориями. Таким образом, электромагнитное излучение обнаруживает удивительное единство, казалось бы, взаимоисключающих свойств — непрерывных (волны) и дискретных (фотоны), которые взаимно дополняют друг друга.

Основные уравнения, связывающие корпускулярные свойства электромагнитного излучения (энергия и импульс фотона) с волновыми свойствами (частота или длина волны), имеет вид

$$\varepsilon_\gamma = h\nu, \; p_\gamma = h\nu / c = h/\lambda .$$

Свет, обладая одновременно корпускулярными и волновыми свойствами, обнаруживает определенные закономерности в их проявлении. Свойства непрерывности, характерные для электромагнитного поля световой волны, не следует противопоставлять свойствам дискретности, характерным для фотонов. Волновые свойства света проявляются в закономерностях его распространения, интерференции, дифракции, поляризации, а корпускулярные — в процессах взаимодействия света с веществом. Чем больше длина волны, тем меньше энергия и импульс фотона и тем труднее обнаруживаются квантовые свойства света (с этим связано, например, существование красной границы фотоэффекта). Наоборот, чем меньше длина волны, тем больше энергия и импульс фотона и тем труднее обнаруживаются волновые свойства света (например, волновые свойства (дифракция) рентгеновского излучения обнаружены лишь после применение в качестве дифракционной решетки кристаллов).

Взаимосвязь между двойственными корпускулярно-волновыми свойствами света можно объяснить, если использовать, как это делает квантовая оптика, статистический подход к рассмотрению закономерностей распространения света. Например, дифракция света на щели состоит в том, что при прохождении света через щель происходит перераспределение фотонов в пространстве. Так как вероятность попадания фотонов в различные точки экрана неодинакова, то и возникает дифракционная картина. С одной стороны, освещенность экрана пропорциональна вероятности попадания фотонов на единицу

площади экрана. С другой стороны, по волновой теории, освещенность пропорциональна квадрату амплитуды световой волны в той же точке экрана. Следовательно, квадрат амплитуды световой волны в данной точке пространства является мерой вероятности попадания фотонов в данную точку.

2. Теория атома водорода по Бору

2.1. Модели атома Томсона и Резерфорда

Представление об атомах как неделимых мельчайших частицах вещества ("атомос" — неразложимый) возникло еще в античные времена (Демокрит, Эпикур, Лукреций). В средние века, во времена безграничного господства церкви, учение об атомах, будучи материалистическим, естественно, не могло получить признания и дальнейшего развития. К началу XVIII в. атомистическая теория приобретает все большую популярность, так как к этому времени в работах А. Лавуазье (французский химик (1743 — 1794)), М. В. Ломоносова (русский ученый (1711 — 1765)) и Д. Дальтона (английский физик и химик (1766 — 1844)) была доказана реальность существования атомов. Однако в это время вопрос о внутреннем строении атомов даже не возникал, так как атомы по-прежнему считались неделимыми.

Большую роль в развитии атомистической теории сыграл русский ученый Д. И. Менделеев (1834 — 1907), разработавший в 1869 г. Периодическую систему элементов, в которой впервые на научной основе был поставлен вопрос о единой природе атомов. Во второй половине XIX в. экспериментально было доказано, что электрон является одной из основных составных частей любого вещества. Эти выводы, а также многочисленные экспериментальные данные привели к тому, что в начале XX в. серьезно встал вопрос о строении атома.

Первая попытка создания на основе накопленных экспериментальных данных модели атома принадлежит Дж. Дж. Томсону (1903 г.). Согласно этой модели атом представляет собой непрерывно заряженный положительным зарядом шар радиусом порядка 10^{-10} м, внутри которого около своих положений равновесия колеблются электроны; суммарный отрицательный заряд электронов равен положительному заряду шара, поэтому атом в целом нейтрален. Через несколько лет было доказано, что представление о непрерывно распределенном внутри атома положительном заряде ошибочно.

В развитии представлений о строении атома велико значение опытов английского физика Э. Резерфорда (1871 — 1937) по рассеянию α-частиц в веществе. Альфа-частицы возникают при радиоактивных

превращениях; они являются положительно заряженными частицами с зарядом $2e$ и массой, примерно в 7300 раз большей массы электрона. Пучки α-частиц обладают высокой монохроматичностью (для данного превращения имеют практически одну и ту же скорость (порядка 10^7 м/с)).

Резерфорд, исследуя прохождение α-частиц в веществе (через золотую фольгу толщиной примерно 1 мкм), показал, что основная их часть испытывает незначительные отклонения, но некоторые α-частицы (примерно одна из 20000) резко отклоняются от первоначального направления (углы отклонения достигали даже 180°). Так как электроны не могут существенно изменить движение таких столь тяжелых и быстрых частиц, как α-частицы, то Резерфордом был сделан вывод, что значительное отклонение α-частиц обусловлено их взаимодействием с положительным зарядом большой массы. Однако значительное отклонение испытывают лишь немногие α-частицы. Следовательно, лишь некоторые из них проходят вблизи данного положительного заряда. Это, в свою очередь, означает, что положительный заряд атома сосредоточен в объеме, очень малом по сравнению с объемом атома.

На основании своих исследований Резерфорд в 1911 г. предложил ядерную (планетарную) модель атома. Согласно этой модели вокруг положительного ядра, имеющего заряд Ze (Z — порядковый номер элемента в системе Менделеева, e — элементарный заряд), размер 10^{-15} — 10^{-14} м и массу, практически равную массе атома, в области с линейными размерами порядка 10^{-10} м по замкнутым орбитам движутся электроны, образуя электронную оболочку атома. Так как атомы нейтральны, то заряд ядра равен суммарному заряду электронов, т. е. вокруг ядра должно вращаться Z электронов.

Для простоты предположим, что электрон движется вокруг ядра по круговой орбите радиуса r. При этом кулоновская сила взаимодействия между ядром и электроном сообщает электрону центростремительное ускорение. Второй закон Ньютона для электрона, движущегося по окружности под действием кулоновской силы, имеет вид

$$\frac{Zee}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{m_e v^2}{r}, \qquad (2.1)$$

где m_e, v — соответственно масса и скорость электрона на орбите радиуса r; ε_0 — электрическая постоянная.

Уравнение (2.1) содержит два неизвестных: r и v. Следовательно, существует бесчисленное множество значений радиуса и

соответствующих ему значений скорости (а значит, и энергии), удовлетворяющих этому уравнению. Поэтому величины r, v (следовательно, и E) могут меняться непрерывно, т. е. может испускаться любая, а не вполне определенная порция энергии. Тогда спектры атомов должны быть сплошными. В действительности же опыт показывает, что атомы имеют линейчатый спектр. Из выражения (2.1) следует, что при $r \approx 10^{-10}$ м скорость движения электронов $v \approx 10^6$ м/с, а ускорение $v^2/r = 10^{22}$ м/с^2. Согласно классической электродинамике ускоренно движущиеся электроны должны излучать электромагнитные волны и вследствие этого непрерывно терять энергию. В результате электроны будут приближаться к ядру и в конце концов упадут на него. Таким образом, атом Резерфорда оказывается неустойчивой системой, что опять-таки противоречит действительности.

Попытки построить модель атома в рамках классической физики не привели к успеху: модель Томсона была опровергнута опытами Резерфорда, ядерная же модель оказалась неустойчивой электродинамически и противоречила опытным данным. Преодоление возникших трудностей потребовало создания качественно новой — квантовой — теории атома.

2.2. Линейчатый спектр атома водорода

Исследования спектров излучения разреженных газов (т. е. спектров излучения отдельных атомов) показали, что каждому газу присущ определенный линейчатый спектр, состоящий из отдельных спектральных линий или групп близко расположенных линий. Самым изученным является спектр наиболее простого атома — атома водорода.

Швейцарский ученый И. Бальмер (1825 — 1898) подобрал эмпирическую формулу, описывающую все известные в то время спектральные линии атома водорода в видимой области спектра:

$$\frac{1}{\lambda} = R'\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right), \quad (n = 3,\ 4,\ 5\ \ldots), \qquad (2.2)$$

где R' = 1,10 · 10^7 м$^{-1}$ — постоянная Ридберга (И. Ридберг (1854 — 1919) — шведский ученый, специалист в области спектроскопии).Так как $\nu = c/\lambda$, то формула (2.2) может быть переписана для частот:

$$\nu = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right), \quad (n = 3,\ 4,\ 5\ \ldots), \qquad (2.3)$$

где $R' = R'c = 3{,}29 \cdot 10^{15}$ с$^{-1}$ — также постоянная Ридберга.

Из выражений (2.2) и (2.3) вытекает, что спектральные линии, отличающиеся различными значениями n, образуют группу или серию линий, называемую серией Бальмера. С увеличением n линии серии сближаются; значение $n = \infty$ определяет границу серии, к которой со стороны больших частот примыкает сплошной спектр.

В начале XX в. в спектре атома водорода было обнаружено еще несколько серий. В ультрафиолетовой области спектра находится серия Лаймана:

$$\nu = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right), \ (n = 2,\ 3,\ 4,\ \ldots).$$

В инфракрасной области спектра были также обнаружены:

серия Пашена $\nu = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right), \ (n = 4,\ 5,\ 6,\ \ldots)$;

серия Брэкета $\nu = R\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}\right), \ (n = 5,\ 6,\ 7,\ \ldots)$;

серия Пфунда $\nu = R\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2}\right), \ (n = 6,\ 7,\ .8,\ \ldots)$;

серия Хэмфри $\nu = R\left(\frac{1}{6^2} - \frac{1}{n^2}\right), \ (n = 7,\ 8,\ 9\ \ldots)$.

Все приведенные выше серии в спектре атома водорода могут быть описаны одной формулой, называемой обобщенной формулой Бальмера:

$$\nu = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right),$$

где m имеет в каждой данной серии постоянное значение, m = 1, 2, 3, 4, 5, 6 (определяет серию), n принимает целочисленные значения, начиная с $m + 1$ (определяет отдельные линии этой серии).

Исследование более сложных спектров — спектров паров щелочных металлов (например, Li, Na, K) — показало, что они представляются набором незакономерно расположенных линий. Ридбергу удалось разделить их на три серии, каждая из которых располагается подобно линиям бальмеровской серии.

Приведенные выше сериальные формулы подобраны эмпирически и долгое время не имели теоретического обоснования, хотя и были подтверждены экспериментально с очень большой точностью. Удивительная повторяемость в них целых чисел, универсальность постоянной Ридберга свидетельствуют о глубоком физическом смысле найденных закономерностей, вскрыть который в рамках классической физики оказалось невозможным.

2.3. Постулаты Бора

Первая попытка построить качественно квантовую теорию атома была предпринята в 1913 г. датским физиком Нильсом Бором (1885 — 1962). Он поставил перед собой цель связать в единое целое эмпирические закономерности линейчатых спектров, ядерную модель атома Резерфорда и квантовый характер излучения и поглощения света. В основу своей теории Бор положил два постулата.

Первый постулат Бора (постулат стационарных состояний): в атоме существуют стационарные (не изменяющиеся со временем) состояния, в которых он не излучает энергии. Стационарным состоянием атома соответствуют стационарные орбиты, по которым движутся электроны. Движение электронов по стационарным орбитам не сопровождается излучением электромагнитных волн.

В стационарном состоянии атома электрон, двигаясь по круговой орбите, должен иметь дискретные квантованные значения момента импульса, удовлетворяющие условию

$$m_e v r_n = n\hbar, \ (n = 1, 2, 3, \ldots), \qquad (2.4)$$

где m_e — масса электрона; v — его скорость по n-й орбите радиуса r_n; $\hbar = h/(2\pi)$.

Второй постулат Бора (правило частот): при переходе электрона с одной стационарной орбиты на другую излучается (поглощается) один фотон с энергией

$$h\nu = E_n - E_m, \qquad (2.5)$$

равной разности энергий соответствующих стационарных состояний (E_n и E_m — соответственно энергии стационарных состояний атома до и после излучения (поглощения)). При $E_n < E_m$ происходит излучение фотона (переход атома из состояния с большей энергией в состояние с меньшей энергией, т. е. переход электрона с более удаленной от ядра орбиты на более близлежащую), при $E_n > E_m$ — его поглощение (переход атома в состояние с большей энергией, т. е. переход электрона

на более удаленную от ядра орбиту). Набор возможных дискретных частот $\nu = (E_n - E_m)/h$ квантовых переходов и определяет линейчатый спектр атома.

2.4. Опыты Франка и Герца

Изучая методом задерживающего потенциала столкновения электронов с атомами газов (1913 г.), немецкие физики Д. Франк (1882 – 1964) и Г. Герц экспериментально доказали дискретность значений энергии атомов. Принципиальная схема их установки приведена на рис. 7. Вакуумная трубка, заполненная парами ртути (давление приблизительно равно 13 Па), содержала катод K, две сетки C_1 и C_2 и анод A. Электроны, эмитируемые катодом, ускорялись разностью потенциалов, приложенной между катодом и сеткой C_1. Между сеткой C_2 и анодом приложен небольшой (примерно 0,5 В) задерживающий потенциал.

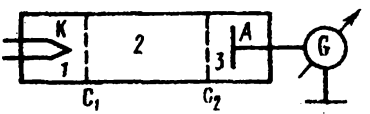


Рис. 7

Электроны, ускоренные в области 1, попадают в область 2 между сетками, где испытывают соударения с атомами паров ртути. Электроны, которые после соударений имеют достаточную энергию для преодоления задерживающего потенциала в области 3, достигают анода. При неупругих соударениях электронов с атомами ртути последние могут возбуждаться. Согласно боровской теории каждый из атомов ртути может получить лишь вполне определенную энергию, переходя при этом в одно из возбужденных состояний. Поэтому если в атомах действительно существуют стационарные состояния, то электроны, сталкиваясь с атомами ртути, должны терять энергию дискретно, определенными порциями, равными разности энергий соответствующих стационарных состояний атома.

Из опыта следует (рис. 8), что при увеличении ускоряющего потенциала вплоть до 4,86 В анодный ток возрастает монотонно, его значение проходит через максимум (4,86 В), затем резко уменьшается и возрастает вновь. Дальнейшие максимумы наблюдаются при 2·4,86 и 3·4,86 В.

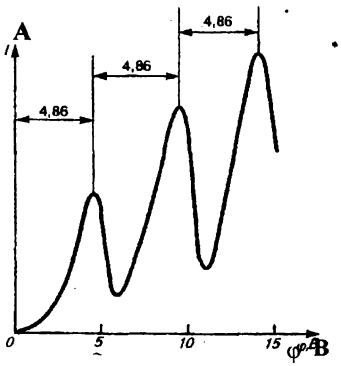


Рис. 8

Ближайшим к основному, невозбужденному, состоянию атома ртути является возбужденное состояние, отстоящее от основного по шкале энергий на 4,86 эВ. Пока разность потенциалов между катодом и сеткой меньше 4,86 В, электроны, встречая на своем пути атомы ртути, испытывают с ними только упругие соударения. При $e\varphi$ = 4,86 эВ энергия электрона становится достаточной, чтобы вызвать неупругий удар, при котором электрон отдает атому ртути всю кинетическую энергию, возбуждая переход одного из электронов атома из нормального энергетического состояния на возбужденный энергетический уровень. Электроны, потерявшие свою кинетическую энергию, уже не смогут преодолеть тормозящего поля и достигнуть анода. Этим и объясняется первое резкое падение анодного тока при $e\varphi$ = 4,86 эВ. При значениях энергии, кратных 4,86 эВ, электроны могут испытать с атомами ртути 2, 3, ... неупругих соударения, потеряв при этом полностью свою энергию, и не достигнуть анода, т. е. должно наблюдаться резкое падение анодного тока. Это действительно наблюдается на опыте (см. рис. 8).

Таким образом, опыты Франка и Герца показали, что электроны при столкновении с атомами ртути передают атомам только определенные порции энергии, причем 4,86 эВ — наименьшая возможная порция энергии (наименьший квант энергии), которая может быть поглощена атомом ртути в основном энергетическом состоянии. Следовательно, идея Бора о существовании в атомах стационарных состояний блестяще выдержала экспериментальную проверку.

Атомы ртути, получившие при соударении с электронами энергию ΔE, переходят в возбужденное состояние и должны возвратиться в основное, излучая при этом согласно второму постулату Бора (2.5) световой квант с частотой $\nu = \Delta E / h$. По известному значению ΔE = 4,86 эВ можно вычислить длину волны излучения: $\lambda = ch / \Delta E \approx 255$ нм. Таким образом, если теория верна, то атомы ртути, бомбардируемые электронами с энергией 4,86 эВ, должны являться источником ультрафиолетового излучения с $\lambda \approx 255$ нм. Опыт действительно обнаруживает одну ультрафиолетовую линию с $\lambda \approx 254$ нм.

Таким образом, опыты Франка и Герца экспериментально подтвердили не только первый, но и второй постулат Бора. Эти опыты сыграли огромное значение в развитии атомной физики.

2.5. Спектр атома водорода по Бору

Постулаты, выдвинутые Бором, позволили рассчитать спектр атома водорода и **водородоподобных систем** — систем, состоящих из ядра с зарядом Ze и одного электрона (например, ионы He^{+}, U^{+2}), а также теоретически вычислить постоянную Ридберга.

Следуя Бору, рассмотрим движение электрона в водородоподобной системе, ограничиваясь круговыми стационарными орбитами. Решая совместно уравнение (2.1) $\dfrac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \dfrac{m_e v^2}{r}$, предложенное Резерфордом, и уравнение (2.4), получим выражение для радиуса n-й стационарной орбиты:

$$r_n = n^2 \frac{\hbar^2 4\pi\varepsilon_0}{m_e Ze^2}, \qquad (2.6)$$

где n = 1, 2, 3, ... Из выражения (2.6) следует, что радиусы орбит растут пропорционально квадратам целых чисел.

Для атома водорода (Z = 1) радиус первой орбиты электрона при n = 1, называемый первым боровским радиусом a, равен

$$r_1 = a = \frac{\hbar^2 4\pi\varepsilon_0}{m_e e^2} = 0{,}528 \cdot 10^{-10}\ \text{м} = 52{,}8\ \text{пм}, \qquad (2.7)$$

что соответствует расчетам на основании кинетической теории газов. Так как радиусы стационарных орбит измерить невозможно, то для проверки теории необходимо обратиться к таким величинам, которые могут быть измерены экспериментально. Такой величиной является

энергия, излучаемая и поглощаемая атомами водорода.

Полная энергия электрона в водородоподобной системе складывается из его кинетической энергии ($\frac{m_e v^2}{2}$) и потенциальной энергии в электростатическом поле ядра ($-\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$):

$$E = \frac{m_e v^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r} = -\frac{1}{2}\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

(учли, что $\frac{m_e v^2}{2} = \frac{1}{2}\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$ (см. (2.1)). Учитывая квантованные для радиуса n-й стационарной орбиты значения (2.6), получим, что энергия электрона может принимать только следующие дозволенные дискретные значения:

$$E_n = -\frac{1}{n^2}\frac{Z^2 m_e e^4}{8h^2\varepsilon_0^2}, \quad (n = 1, 2, 3, \ldots), \qquad (2.8)$$

где знак минус означает, что электрон находится в связанном состоянии.

Из формулы (2.8) следует, что энергетические состояния атома образуют последовательность энергетических уровней, изменяющихся в зависимости от значения n. Целое число n в выражении (2.8), определяющее энергетические уровни атома, называется главным квантовым числом. Энергетическое состояние с n = 1 является основным (нормальным) состоянием; состояния с $n > 1$ являются возбужденными. Энергетический уровень, соответствующий основному состоянию атома, называется основным (нормальным) уровнем; все остальные уровни являются возбужденными.

Придавая n различные целочисленные значения, получим для атома водорода (Z = 1) согласно формуле (2.8) возможные уровни энергии, схематически представленные на рис. 9. Энергия атома водорода с увеличением n возрастает и энергетические уровни сближаются к границе, соответствующей значению $n = \infty$. Атом водорода обладает, таким образом, минимальной энергией (E_1 = –13,55 эВ) при n = 1 и максимальной ($E_\infty = 0$) при $n = \infty$. Следовательно, значение $E_\infty = 0$ соответствует ионизации атома (отрыву от него электрона). Согласно второму постулату Бора (2.5) при переходе атома водорода (Z = 1) из

стационарного состояния n в стационарное состояние m с меньшей энергией испускается квант

$$h\nu = E_n - E_m = -\frac{m_e e^4}{8h^2\varepsilon_0^2}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right),$$

откуда частота излучения

$$\nu = \frac{m_e e^4}{8h^3\varepsilon_0^2}\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right), \qquad (2.9)$$

где $R = \frac{m_e e^4}{8h^3\varepsilon_0^2}$.

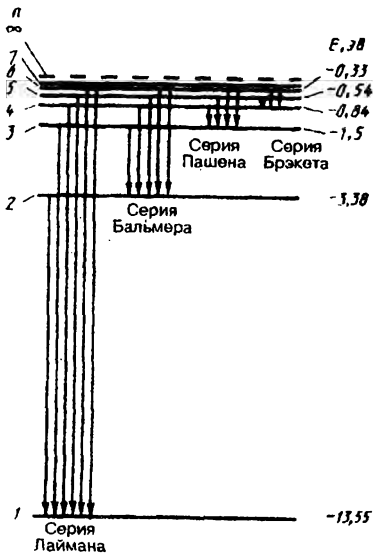


Рис. 9

Воспользовавшись при вычислении R современными значениями универсальных постоянных, получим величину, совпадающую с экспериментальным значением постоянной Ридберга в эмпирических формулах для атома водорода. Это совпадение убедительно доказывает правильность полученной Бором формулы (2.8) для энергетических

уровней водородоподобной системы.

Подставляя, например, в формулу (2.9) $m = 1$ и $n = 2, 3, 4, \ldots$, получим группу линий, образующих серию Лаймана и соответствующих переходам электронов с возбужденных уровней ($n = 2, 3, 4, \ldots$) на основной ($m = 1$). Аналогично, при подстановке $m = 2, 3, 4, 5, 6$ и соответствующих им значений n получим серии Бальмера, Пашена, Брэкета, Пфунда и Хэмфри (часть из них схематически представлена на рис. 9). Следовательно, по теории Бора, количественно объяснившей спектр атома водорода, спектральные серии соответствуют излучению, возникающему в результате перехода атома в данное состояние из возбужденных состояний, расположенных выше данного.

Спектр поглощения атома водорода является линейчатым, но содержит при нормальных условиях только серию Лаймана. Он также объясняется теорией Бора. Так как свободные атомы водорода обычно находятся в основном состоянии (стационарное состояние с наименьшей энергией при $n = 1$), то при сообщении атомам извне определенной энергии могут наблюдаться лишь переходы атомов из основного состояния в возбужденные (возникает серия Лаймана).

Теория Бора была крупным шагом в развитии атомной физики и явилась важным этапом в создании квантовой механики. Однако эта теория обладает внутренними противоречиями (с одной стороны, применяются законы классической физики, а с другой — основывается на квантовых постулатах). В теории Бора рассмотрены спектры атома водорода и водородоподобных систем и вычислены частоты спектральных линий, однако эта теория не смогла объяснить интенсивности спектральных линий и ответить на вопрос: почему совершаются те или иные переходы? Серьезным недостатком теории Бора была невозможность описания с ее помощью спектра атома гелия — одного из простейших атомов, непосредственно следующего за атомом водорода.

3. Элементы квантовой механики

3.1. Корпускулярно-волновой дуализм свойств вещества

Французский ученый Луи де Бройль (1892 — 1987), осознавая существующую в природе симметрию и развивая представления о двойственной корпускулярно-волновой природе света, выдвинул в 1923 г. гипотезу об универсальности корпускулярно-волнового дуализма. Он утверждал, что не только фотоны, но и электроны и любые другие

частицы материи наряду с корпускулярными обладают также волновыми свойствами. **Де Бройль** высказал **гипотезу**, что любой частице, обладающей импульсом, сопоставляют волновой процесс с длиной волны, определяемой по формуле:

$$\lambda = h/p \qquad (3.1)$$

Итак, согласно де Бройлю с каждым микрообъектом связываются, с одной стороны, корпускулярные характеристики — энергия E и импульс p, а с другой — волновые характеристики — частота ν и длина волны λ. Количественные соотношения, связывающие корпускулярные и волновые свойства частиц, такие же, как для фотонов:

$$E=h\nu\,,\ p=h/\lambda\,. \qquad (3.2)$$

Смелость гипотезы де Бройля заключалась именно в том, что соотношение (3.2) постулировалось не только для фотонов, но и для других микрочастиц, в частности для таких, которые обладают массой покоя. Это соотношение справедливо для любой частицы с импульсом p. Вскоре гипотеза де Бройля была подтверждена экспериментально. В 1927 г. американские физики К. Дэвиссон (1881 — 1958) и Л. Джермер (1896 — 1971) обнаружили, что пучок электронов, рассеивающийся от естественной дифракционной решетки — кристалла никеля, — дает отчетливую дифракционную картину. Дифракционные максимумы соответствовали формуле Вульфа — Брэгга, а брэгговская длина волны оказалась в точности равной длине волны, вычисленной по формуле (3.2). В дальнейшем формула де Бройля была подтверждена опытами П. С. Тартаковского и Дж. П. Томсона (1892 – 1978), наблюдавших дифракционную картину при прохождении пучка быстрых электронов (энергия $\approx$50 кэВ) через металлическую фольгу толщиной $\approx$1 мкм.

Так как дифракционная картина исследовалась для потока электронов, то необходимо было доказать, что волновые свойства присущи не только потоку большой совокупности электронов, но и каждому электрону в отдельности. Это удалось экспериментально подтвердить в 1948 г. российскому физику В. А. Фабриканту (р. 1907). Он показал, что даже в случае столь слабого электронного пучка, когда каждый электрон проходит через прибор независимо от других (промежуток времени между двумя электронами в 10^4 раз больше времени прохождения электроном прибора), возникающая при длительной экспозиции дифракционная картина не отличается от дифракционных картин, получаемых при короткой экспозиции для потоков электронов, в десятки миллионов раз более интенсивных. Следовательно, волновые свойства частиц не являются свойством их коллектива, а присущи каждой частице в отдельности.

Впоследствии дифракционные явления обнаружили также для нейтронов, протонов, атомных и молекулярных пучков. Это окончательно послужило доказательством наличия волновых свойств микрочастиц и позволило описывать движение микрочастиц в виде волнового процесса, характеризующегося определенной длиной волны, рассчитываемой по формуле де Бройля (3.2). Открытие волновых свойств микрочастиц привело к появлению и развитию новых методов исследования структуры веществ, таких, как электронография и нейтронография, а также к возникновению новой отрасли науки — электронной оптики.

Экспериментальное доказательство наличия волновых свойств микрочастиц привело к выводу о том, что перед нами универсальное явление, общее свойство материи. Но тогда волновые свойства должны быть присущи и макроскопическим телам. Почему же они не обнаружены экспериментально? Например, частице массой 1 г, движущейся со скоростью 1 м/с, соответствует волна де Бройля с $\lambda = 6{,}62 \cdot 10^{-31}$ м. Такая длина волны лежит за пределами доступной наблюдению области (периодических структур с периодом $d \approx 10^{-31}$ м не существует). Поэтому считается, что макроскопические тела проявляют только одну сторону своих свойств — корпускулярную — и не проявляют волновую.

Представление о двойственной корпускулярно-волновой природе частиц вещества углубляется еще тем, что на частицы вещества переносится связь между полной энергией частицы ε и частотой ν волн де Бройля:

$$\varepsilon = h\nu . \qquad (3.3)$$

Это свидетельствует о том, что соотношение между энергией и частотой в формуле (3.3) имеет характер универсального соотношения, справедливого как для фотонов, так и для любых других объектов, рассматриваемых в **квантовой механике** — разделе современной физики, в котором изучаются законы движения частиц в области микромира (в линейных масштабах 10^{-9} — 10^{-15} м). Объектами изучения квантовой механики являются атомы, молекулы, кристаллы, а также атомные ядра и элементарные частицы. Справедливость соотношения (3.3) вытекает из согласия с опытом тех теоретических результатов, которые получены с его помощью в квантовой механике.

Подтвержденная экспериментально гипотеза де Бройля о корпускулярно-волновом дуализме свойств вещества коренным образом изменила представления о свойствах микрообъектов. Всем

микрообъектам присущи и корпускулярные, и волновые свойства; в то же время любую из микрочастиц нельзя считать ни частицей, ни волной в классическом понимании.

Волны де Бройля обладают рядом свойств, некоторые из них мы обсудим ниже. Рассмотрим свободно движущуюся со скоростью v частицу массой m. Вычислим для нее фазовую и групповую скорости волн де Бройля.

Фазовая скорость равна

$$v_{\text{фаз}} = \frac{\omega}{k} = \frac{\hbar\omega}{\hbar k} = \frac{E}{p} = \frac{mc^2}{mv} = \frac{c^2}{v} \qquad (3.4)$$

($E = \hbar\omega$ и $p = \hbar k$, где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число). Так как $c > v$, то фазовая скорость волн де Бройля больше скорости света в вакууме (фазовая скорость волн может быть как меньше, так и больше c в отличие от групповой скорости волн).

Групповая скорость равна $u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(\hbar\omega)}{d(\hbar k)} = \frac{dE}{dp}$. Для свободной частицы $E = \sqrt{m_0^2c^4 + p^2c^2}$ и $\frac{dE}{dp} = \frac{pc^2}{\sqrt{m_0^2c^4 + p^2c^2}} = \frac{pc^2}{E} = \frac{mvc^2}{mc^2} = v$. Следовательно, групповая скорость волн де Бройля равна скорости частицы. Групповая скорость фотона $u = \frac{pc^2}{E} = \frac{mcc^2}{mc^2} = c$, т. е. равна скорости самого фотона.

Волны де Бройля испытывают дисперсию. Действительно, подставив в выражение (3.4) $v_{\text{фаз}} = \frac{E}{p}$ формулу $E = \sqrt{m_0^2c^4 + p^2c^2}$, увидим, что скорость волн де Бройля зависит от длины волны. Это обстоятельство сыграло в свое время большую роль в развитии положений квантовой механики. После установления корпускулярно-волнового дуализма делались попытки связать корпускулярные свойства частиц с волновыми и рассматривать частицы как "узкие" волновые пакеты, "составленные" из волн де Бройля. Это позволяло как бы отойти от двойственности свойств частиц. Такая гипотеза соответствовала локализации частицы в данный момент времени в определенной ограниченной области пространства. Аргументом в пользу этой гипотезы являлось и то,

что скорость распространения центра пакета (групповая скорость) оказалась, как показано выше, равной скорости частицы. Однако подобное представление частицы в виде волнового пакета (группы волн де Бройля) оказалось несостоятельным из-за сильной дисперсии волн де Бройля, приводящей к "быстрому расплыванию" (примерно 10^{-26} с!) волнового пакета или даже разделению его на несколько пакетов.

Связь между корпускулярными и волновыми свойствами свободных частиц, обладающих массой m скоростью v, представлена в табл. 1.

Таблица 1

Корпускулярные и волновые свойства свободных частиц

Корпускулярные свойства	Волновые свойства
Скорость v	Длина волны де Бройля $\lambda = h/(mv) = h/p$
Импульс h	Частота волны де Бройля $\nu = \varepsilon / h$
Энергия свободной частицы $\varepsilon = p^2/(2m)$	Групповая скорость волн де Бройля $u = v$
	Фазовая скорость волн де Бройля $V = v/2$

3.2. Соотношение неопределенностей

Согласно двойственной корпускулярно-волновой природе частиц вещества для описания микрочастиц используются то волновые, то корпускулярные представления. Поэтому приписывать им все свойства частиц и все свойства волн нельзя. Естественно, что необходимо внести некоторые ограничения в применении к объектам микромира понятий классической механики.

В классической механике всякая частица движется по определенной траектории так, что в любой момент времени точно фиксированы ее координата и импульс. Микрочастицы из-за наличия у них волновых свойств существенно отличаются от классических частиц. Одно из основных различий заключается в том, что нельзя говорить о движении микрочастицы по определенной траектории и неправомерно говорить об одновременных точных значениях ее координаты и импульса. Это следует из корпускулярно-волнового дуализма. Так, понятие "длина волны в данной точке" лишено физического смысла, а поскольку импульс выражается через длину волны (3.1), то отсюда следует, что микрочастица с определенным импульсом имеет полностью

неопределенную координату. И наоборот, если микрочастица находится в состоянии с точным значением координаты, то ее импульс является полностью неопределенным.

В. Гейзенберг, учитывая волновые свойства микрочастиц и связанные с волновыми свойствами ограничения в их поведении, пришел в 1927 г. к выводу, что объект микромира невозможно одновременно с любой заранее заданной точностью характеризовать и координатой, и импульсом. Согласно **соотношению неопределенностей** Гейзенберга произведение неопределенностей координаты и соответствующей ей проекции импульса не может быть меньше величины порядка h, т. е. микрочастица (микрообъект) не может иметь одновременно и определенную координату (x, y, z), и определенную соответствующую проекцию импульса (p_x, p_y, p_z), причем неопределенности этих величин удовлетворяют условиям:

$$\Delta x \Delta p_x \geq h,\ \Delta y \Delta p_y \geq h,\ \Delta z \Delta p_z \geq h. \qquad (3.5)$$

Из соотношения неопределенностей (3.5) следует, что, например, если микрочастица находится в состоянии с точным значением координаты ($\Delta x = 0$), то в этом состоянии соответствующая проекция ее импульса оказывается совершенно неопределенной ($\Delta p_x \to \infty$), и наоборот. Таким образом, для микрочастицы не существует состояний, в которых ее координаты и импульс имели бы одновременно точные значения. Отсюда вытекает и фактическая невозможность одновременно с любой заранее заданной точностью измерить координату и импульс микрообъекта.

Поясним, что соотношение неопределенностей действительно вытекает из волновых свойств микрочастиц. Пусть поток электронов проходит через узкую щель шириной Δx, расположенную перпендикулярно направлению их движения (рис. 10). Так как электроны обладают волновыми свойствами, то при их прохождении через щель, размер которой сравним с длиной волны де Бройля λ электрона, наблюдается дифракция. Дифракционная картина, наблюдаемая на экране (Э), характеризуется главным максимумом, расположенным симметрично оси Y, и побочными максимумами в обе стороны от главного (их не рассматриваем, так как основная доля интенсивности приходится на главный максимум).

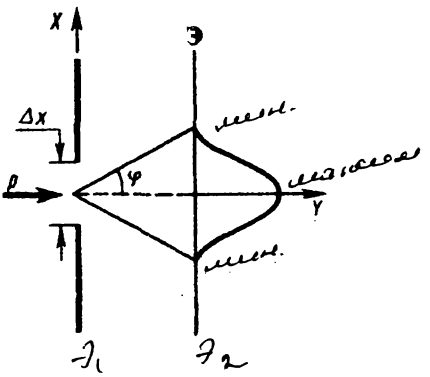


Рис. 10

До прохождения через щель электроны двигались вдоль оси *Y*, поэтому составляющая импульса $p_x = 0$, так что $\Delta p_x = 0$, а координата x частицы является совершенно неопределенной. В момент прохождения электронов через щель их положение в направлении оси *X* определяется с точностью до ширины щели, т. е. с точностью Δx. В этот же момент вследствие дифракции электроны отклоняются от первоначального направления и будут двигаться в пределах угла 2φ (φ — угол, соответствующий первому дифракционному минимуму). Следовательно, появляется неопределенность в значении составляющей импульса вдоль оси *X*, которая, как следует из рис. 10 и формулы (3.1), равна

$$\Delta p_x = p \sin\varphi = \frac{h}{\lambda}\sin. \qquad (3.6)$$

Для простоты ограничимся рассмотрением только тех электронов, которые попадают на экран в пределах главного максимума. Из теории дифракции известно, что первый минимум соответствует углу φ, удовлетворяющему условию

$$\Delta x \sin\varphi = \lambda, \qquad (3.7)$$

где Δx — ширина щели; λ — длина волны де Бройля. Из формул (3.6)

и (3.7) получим $\Delta x \Delta p_x \geq h$, где учтено, что для некоторой, хотя и незначительной, части электронов, попадающих за пределы главного максимума, величина $\Delta p_x \geq p \sin\varphi$. Следовательно, получаем выражение $\Delta x \Delta p_x \geq h$, т. е. соотношение неопределенностей (3.5).

Невозможность одновременно точно определить координату и соответствующую проекцию импульса не связана с несовершенством методов измерения или измерительных приборов, а является следствием специфики микрообъектов, отражающей особенности их объективных свойств, а именно двойственной корпускулярно-волновой природы. Соотношение неопределенностей получено при одновременном использовании классических характеристик движения частицы (координаты, импульса) и наличия у нее волновых свойств. Так как в классической механике принимается, что измерение координаты и импульса может быть проведено с любой точностью, то соотношение неопределенностей является, таким образом, квантовым ограничением применимости классической механики к микрообъектам.

Соотношение неопределенностей, отражая специфику физики микрочастиц, позволяет оценить, например, в какой мере можно применять понятия классической механики к микрочастицам, в частности, с какой степенью точности можно говорить о траекториях микрочастиц. Известно, что движение по траектории характеризуется в любой момент времени определенными значениями координат и скорости. Выразим соотношение неопределенностей (3.5) в виде

$$\Delta x \Delta v_x \geq h/m. \qquad (3.8)$$

Из этого выражения следует, что чем больше масса частицы, тем меньше неопределенности ее координаты и скорости и, следовательно, с тем большей точностью можно применять к этой частице понятие траектории. Так, например, уже для пылинки массой 10^{-12} кг и линейными размерами 10^{-6} м, координата которой определена с точностью до 0,01 ее размеров ($\Delta x = 10^{-8}$ м), неопределенность скорости, по (3.8), $\Delta v_x = 6{,}62 \cdot 10^{-34} / \left(10^{-8} \cdot 10^{-12}\right)$ м/с = $6{,}62 \cdot 10^{-14}$ м/с, т. е. не будет сказываться при всех скоростях, с которыми пылинка может двигаться. Таким образом, для макроскопических тел их волновые свойства не играют никакой роли; координата и скорость макротел могут быть одновременно измерены достаточно точно. Это означает, что для описания движения макротел с абсолютной достоверностью можно пользоваться законами классической механики.

Предположим, пучок электронов движется вдоль оси x со скоростью

$v = 10^8$ м/с, определяемой с точностью до 0,01% ($\Delta v_x \approx 10^4$ м/с). Какова точность определения координаты электрона? По формуле (3.8)

$$\Delta x = \frac{h}{m\Delta v_x} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 10^4} = 7{,}27 \cdot 10^{-6} \text{ м},$$

т. е. положение электрона может быть определено с точностью до тысячных долей миллиметра. Такая точность не достаточна, чтобы можно было говорить о движении электронов по определенной траектории, иными словами, описывать их движение законами классической механики.

Применим соотношение неопределенностей к электрону, движущемуся в атоме водорода. Допустим, что неопределенность координаты электрона $\Delta x \approx 10^{-10}$ м (порядка размеров самого атома, т. е. можно считать, что электрон принадлежит данному атому). Тогда, согласно (3.8) $\Delta v_x = 6{,}62 \cdot 10^{-34} / \left(9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-10}\right) = 7{,}27 \cdot 10^6$ м/с.

Используя законы классической физики, можно показать, что при движении электрона вокруг ядра по круговой орбите радиуса $\approx 0{,}5 \cdot 10^{-10}$ м его скорость $v \approx 2{,}3 \cdot 10^6$ м/с. Таким образом, неопределенность скорости в несколько раз больше самой скорости. Очевидно, что в данном случае нельзя говорить о движении электрона в атоме по определенной траектории, иными словами, для описания движения электрона в атоме нельзя пользоваться законами классической физики.

В квантовой теории рассматривается также соотношение неопределенностей для энергии E и времени t, т.е. неопределенности этих величии удовлетворяют условию

$$\Delta E \Delta t \geq h. \qquad (3.9)$$

Подчеркнем, что ΔE — неопределенность энергии некоторого состояния системы, Δt — промежуток времени, в течение которого оно существует. Следовательно, система, имеющая среднее время жизни Δt, не может быть охарактеризована определенным значением энергии; разброс энергии $\Delta E = h/\Delta t$ возрастает с уменьшением среднего времени жизни. Из выражения (3.9) следует, что частота излученного фотона также должна иметь неопределенность $\nu = \Delta E / h$, т. е. линии спектра должны характеризоваться частотой, равной $\nu \pm \Delta E / h$. Опыт действительно показывает, что все спектральные линии размыты; измеряя ширину спектральной линии, можно оценить порядок времени существования атома в возбужденном состоянии.

3.3. Волновая функция и ее статистический смысл

Экспериментальное подтверждение идеи де Бройля об универсальности корпускулярно-волнового дуализма, ограниченность применения классической механики к микрообъектам, диктуемая соотношением неопределенностей, а также противоречие ряда экспериментов с применяемыми в начале XX в. теориями привели к новому этапу развития квантовой теории — созданию квантовой механики, описывающей законы движения и взаимодействия микрочастиц с учетом их волновых свойств. Ее создание и развитие охватывает период с 1900 г. (формулировка Планком квантовой гипотезы) до 20-х годов XX в. и связано, прежде всего, с работами австрийского физика Э. Шредингера (1887 — 1961), немецкого физика В. Гейзенберга и английского физика П. Дирака (1902 — 1984).

На данном этапе развития возникли новые принципиальные проблемы, в частности проблема физической природы волн де Бройля. Для выяснения этого сравним дифракцию световых волн и микрочастиц. Дифракционная картина, наблюдаемая для световых волн, характеризуется тем, что в результате наложения дифрагирующих волн друг на друга в различных точках пространства происходит усиление или ослабление амплитуды колебаний. Согласно волновым представлениям о природе света интенсивность дифракционной картины пропорциональна квадрату амплитуды световой волны. По представлениям фотонной теории, интенсивность определяется числом фотонов, попадающих в данную точку дифракционной картины. Следовательно, число фотонов в данной точке дифракционной картины задается квадратом амплитуды световой волны, в то время как для одного фотона квадрат амплитуды определяет вероятность попадания фотона в ту или иную точку.

Дифракционная картина, наблюдаемая для микрочастиц, также характеризуется неодинаковым распределением потоков микрочастиц, рассеянных или отраженных по различным направлениям, — в одних направлениях наблюдается большее число частиц, чем в других. Наличие максимумов в дифракционной картине с точки зрения волновой теории означает, что эти направления соответствуют наибольшей интенсивности волн де Бройля. С другой стороны, интенсивность волн де Бройля оказывается больше там, где имеется большее число частиц, т. е. интенсивность волн де Бройля в данной точке пространства определяет число частиц, попавших в эту точку. Таким образом, дифракционная картина для микрочастиц является проявлением статистической (вероятностной) закономерности, согласно которой частицы попадают в те места, где интенсивность волн де Бройля

наибольшая.

Необходимость вероятностного подхода к описанию микрочастиц является важнейшей отличительной особенностью квантовой теории. Можно ли волны де Бройля истолковывать как волны вероятности, т. е. считать, что вероятность обнаружить микрочастицу в различных точках пространства меняется по волновому закону? Такое толкование волн де Бройля уже неверно хотя бы потому, что тогда вероятность обнаружить частицу в некоторых точках пространства может быть отрицательна, что не имеет смысла.

Чтобы устранить эти трудности, немецкий физик М. Борн (1882 — 1970) в 1926 г. предположил, что по волновому закону меняется не сама вероятность, а величина, названная амплитудой вероятности и обозначаемая $\Psi\ (x,\ y,\ z,\ t)$. Эту величину называют также волновой функцией (или Ψ-функцией). **Волновая функция** Ψ, являясь основной характеристикой состояния микрообъектов, позволяет в квантовой механике вычислять средние значения физических величин, характеризующих данный микрообъект.

Амплитуда вероятности может быть комплексной, и вероятность W пропорциональна квадрату ее модуля:

$$W \sim |\Psi(x,\ y,\ z,\ t)|^2, \qquad (3.10)$$

($|\Psi|^2 = \Psi\Psi^*$, Ψ^* — функция, комплексно сопряженная с Ψ). Таким образом, описание состояния микрообъекта с помощью волновой функции имеет статистический, вероятностный характер: квадрат модуля волновой функции (квадрат модуля амплитуды волн де Бройля) определяет вероятность нахождения частицы в момент времени t в области с координатами x и $x+dx$, y и $y+dy$, z и $z+dz$.

Итак, в квантовой механике состояние макрочастиц описывается принципиально по-новому — с помощью волновой функции, которая является основным носителем информации об их корпускулярных и волновых свойствах. Вероятность нахождения частицы в элементе объемом dV равна

$$dW = |\Psi|^2 dV \qquad (3.11)$$

Величина $|\Psi|^2 = dW/dV$ (квадрат модуля Ψ-функции) имеет смысл плотности вероятности т.е. определяет вероятность нахождения частицы в единичном объеме в окрестности точки с координатами x, y, z. Таким образом, физический смысл имеет не сама Ψ-функция, а квадрат ее

модуля $|\Psi|^2$, которым задается интенсивность волн де Бройля.

Вероятность найти частицу в момент времени t в конечном объеме V согласно теореме сложения вероятностей равна

$$W = \int_V dW = \int_V |\Psi|^2 dV .$$

Так как $|\Psi|^2 dV$ определяется как вероятность, то необходимо волновую функцию Ψ нормировать так, чтобы вероятность достоверного события обращалась в единицу, если за объем V принять бесконечный объем всего пространства. Это означает, что при данном условии частица должна находиться где-то в пространстве. Следовательно, условие нормировки вероятностей имеет вид

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dV = 1 . \qquad (3.12)$$

Данный интеграл (3.12) вычисляется по всему бесконечному пространству, т. е. по координатам x, y, z от $-\infty$ до ∞. Таким образом, условие (3.12) говорит об объективном существовании частицы в пространстве.

Чтобы волновая функция являлась объективной характеристикой состояния микрочастиц, она должна удовлетворять ряду ограничительных условий. Функция Ψ, характеризующая вероятность обнаружения действия микрочастицы в элементе объема, должна быть конечной (вероятность не может быть больше единицы), однозначной (вероятность не может быть неоднозначной величиной) и непрерывной (вероятность не может изменяться скачком).

Волновая функция удовлетворяет **принципу суперпозиции**: если система может находиться в различных состояниях, описываемых волновыми функциями Ψ_1, Ψ_2, ..., Ψ_n,..., то она также может находиться в состоянии Ψ, описываемом линейной комбинацией этих функций:

$$\Psi = \sum_n C_n \Psi_n ,$$

где C_n ($n = 1, 2, ...$) — произвольные, вообще говоря, комплексные числа. Сложение волновых функций (амплитуд вероятностей), а не вероятностей (определяемых квадратами модулей волновых функций) принципиально отличает квантовую теорию от классической статистической теории, в которой для независимых событий

справедлива теорема сложения вероятностей.

Среднее расстояние <r> электрона от ядра вычисляют по формуле

$$\langle r \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} r|\Psi|^2 dV ,$$

где интегрирование проводится, как и в случае (3.12).

3.4. Общее уравнение Шредингера. Уравнение Шредингера для стационарных состояний

Статистическое толкование волн де Бройля и соотношение неопределенностей Гейзенберга привели к выводу, что уравнением движения в квантовой механике, описывающим движение микрочастиц в различных силовых полях, должно быть уравнение, из которого бы вытекали наблюдаемые на опыте волновые свойства частиц. Основное уравнение должно быть уравнением относительно волновой функции $\Psi\ (x, y, z, t)$, так как именно она, или, точнее, величина $|\Psi|^2$, определяет вероятность пребывания частицы в момент времени t в объеме dV, т.е. в области с координатами x и $x+dx$, y и $y+dy$, z и $z+dz$. Так как искомое уравнение должно учитывать волновые свойства частиц, то оно должно быть волновым уравнением, подобно уравнению, описывающему электромагнитные волны.

Основное уравнение нерелятивистской квантовой механики сформулировано в 1926 г. Э. Шредингером. Уравнение Шредингера, как и все основные уравнения физики (например, уравнения Ньютона в классической механике и уравнения Максвелла для электромагнитного поля), не выводится, а постулируется. Правильность этого уравнения подтверждается согласием с опытом получаемых с его помощью результатов, что, в свою очередь, придает ему характер закона природы.

Уравнение Шредингера имеет вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + U(x, y, z, t)\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} , \qquad (3.13)$$

где $\hbar = h/(2\pi)$; m — масса частицы; Δ — оператор Лапласа $\left(\Delta\Psi = \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}\right)$; i — мнимая единица, $U\ (x, y, z, t)$ — потенциальная функция частицы в силовом поле, в котором она движется; $\Psi\ (x, y, z, t)$ — искомая волновая функция частицы.

Уравнение (3.13) справедливо для любой частицы (со спином, равным 0) движущейся с малой (по сравнению со скоростью света) скоростью, т.е. со скоростью $v << c$. Оно дополняется условиями, налагаемыми на волновую функцию: 1) волновая функция должна быть конечной, однозначной и непрерывной; 2) производные $\frac{\partial\Psi}{\partial x}, \frac{\partial\Psi}{\partial y}, \frac{\partial\Psi}{\partial z}, \frac{\partial\Psi}{\partial t}$ должны быть непрерывны; 3) функция $|\Psi|^2$ должна быть интегрируема; это условие в простейших случаях сводится к условию нормировки вероятностей (3.12).

Чтобы прийти к уравнению Шредингера, рассмотрим свободно движущуюся частицу, которой согласно идее де Бройля сопоставляется плоская волна. Для простоты рассмотрим одномерный случай. Уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль оси x, имеет вид $\xi(x,t) = A\cos(\omega t - kx)$ или в комплексной записи $\xi(x,t) = Ae^{-i(\omega t - kx)}$. Следовательно, плоская волна де Бройля имеет вид

$$\Psi = Ae^{-(i/\hbar)(Et - px)}, \qquad (3.14)$$

(учтено, что $\omega = E/\hbar$, $k = p/\hbar$). В квантовой механике показатель экспоненты берут со знаком минус, но поскольку физический смысл имеет только $|\Psi|^2$, то это (см. (3.14)) несущественно. Тогда

$$\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar}E\Psi; \quad \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} = \left(\frac{i}{\hbar}\right)^2 p^2\Psi = -\frac{1}{\hbar^2}p^2\Psi,$$

откуда

$$E = -\frac{\hbar}{i}\frac{1}{\Psi}\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \frac{1}{\Psi}i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}; \quad p^2 = \frac{1}{\Psi}\hbar^2\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}. \qquad (3.15)$$

Используя взаимосвязь между энергией E и импульсом p ($E = p^2/(2m)$) и подставляя выражения (3.15), получим дифференциальное уравнение

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t},$$

которое совпадает с уравнением (3.13) для случая $U = 0$ (мы рассматривали свободную частицу). Если частица движется в силовом поле, характеризуемом потенциальной энергией U, то полная энергия

E складывается из кинетической и потенциальной энергий. Проводя аналогичные рассуждения и используя взаимосвязь между E и p (для данного случая $p^2/(2m) = E - U$), придем к дифференциальному уравнению, совпадающему с (3.13).

Приведенные рассуждения не должны восприниматься как вывод уравнения Шредингера. Они лишь поясняют, как можно прийти к этому уравнению. Доказательством правильности уравнения Шредингера является согласие с опытом тех выводов, к которым оно приводит.

Уравнение (3.13) является общим уравнением Шредингера. Его также называют уравнением Шредингера, зависящим от времени. Для многих физических явлений, происходящих в микромире, уравнение (3.13) можно упростить, исключив зависимость Ψ от времени, иными словами, найти уравнение Шредингера для стационарных состояний — состояний с фиксированными значениями энергии. Это возможно, если силовое поле, в котором движется частица, стационарно, т.е. функция $U = U(x, y, z)$ не зависит явно от времени и имеет смысл потенциальной энергии. В данном случае решение уравнения Шредингера может быть представлено в виде произведения двух функций, одна из которых есть функция только координат, другая — только времени, причем зависимость от времени выражается множителем $e^{-i\omega t} = e^{-i(E/\hbar)t}$, так что

$$\Psi(x,\ y,\ z,\ t) = \psi(x,\ y,\ z)e^{-i(E/\hbar)t}, \qquad (3.16)$$

где E — полная энергия частицы, постоянная в случае стационарного поля. Подставляя (3.16) в (3.13), получим

$$-\frac{\hbar^2}{2m}e^{-i(E/\hbar)t}\Delta\psi + U\psi e^{-i(E/\hbar)t} = i\hbar\left(1 - iE/\hbar\right)\psi e^{-i(E/\hbar)t},$$

откуда после деления на общий множитель $e^{-i(E/\hbar)t}$ и соответствующих преобразований придем к уравнению, определяющему функцию ψ:

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0. \qquad (3.17)$$

Уравнение (3.17) называется уравнением Шредингера для стационарных состояний. В это уравнение в качестве параметра входит полная энергия E частицы. В теории дифференциальных уравнений доказывается, что подобные уравнения имеют бесчисленное множество решений, из которых посредством наложения граничных условий отбирают решения, имеющие физический смысл. Для уравнения

Шредингера такими условиями являются условия регулярности волновых функций: волновые функции должны быть конечными, однозначными и непрерывными вместе со своими первыми производными. Таким образом, реальный физический смысл имеют только такие решения, которые выражаются регулярными функциями ψ. Но регулярные решения имеют место не при любых значениях параметра E, а лишь при определенном их наборе, характерном для данной задачи. Эти значения энергии называются собственными. Решения же, которые соответствуют собственным значениям энергии, называются собственными функциями. Собственные значения E могут образовывать как непрерывный, так и дискретный ряд. В первом случае говорят о непрерывном, или сплошном, спектре, во втором — о дискретном спектре.

3.5. Принцип причинности в квантовой механике

Из соотношения неопределенностей часто делают вывод о неприменимости принципа причинности к явлениям, происходящим в микромире. При этом основываются на следующих соображениях. В классической механике согласно принципу причинности — принципу классического детерминизма по известному состоянию системы в некоторый момент времени (полностью определяется значениями координат и импульсов всех частиц системы) и силам, приложенным к ней, можно абсолютно точно задать ее состояние в любой последующий момент. Следовательно, классическая физика основывается на следующем понимании причинности: состояние механической системы в начальный момент времени с известным законом взаимодействия частиц есть причина, а ее состояние в последующий момент — следствие.

Микрообъекты не могут иметь одновременно и определенную координату, и определенную соответствующую проекцию импульса (задаются соотношением неопределенностей (3.13)), поэтому и делается вывод о том, что в начальный момент времени состояние системы точно не определяется. Если же состояние системы не определено в начальный момент времени, то не могут быть предсказаны и последующие состояния, т. е. нарушается принцип причинности.

Однако никакого нарушения принципа причинности применительно к микрообъектам не наблюдается, поскольку в квантовой механике понятие состояния микрообъекта приобретает совершенно иной смысл, чем в классической механике. В квантовой механике состояние микрообъекта полностью определяется волновой функцией

$\Psi(x, y, z, t)$, квадрат модуля которой $|\Psi(x, y, z, t)|^2$ задает плотность вероятности нахождения частицы в точке с координатами x, y, z.

В свою очередь, волновая функция $\Psi(x, y, z, t)$ удовлетворяет уравнению Шредингера (3.13), содержащему первую производную функции Ψ по времени. Это же означает, что задание функции Ψ_0 (для момента времени t_0) определяет ее значение в последующие моменты. Следовательно, в квантовой механике начальное состояние Ψ_0 есть причина, а состояние Ψ в последующий момент — следствие. Это и есть форма принципа причинности в квантовой механике, т. е. задание функции Ψ_0 предопределяет ее значения для любых последующих моментов. Таким образом, состояние системы микрочастиц, определенное в квантовой механике, однозначно вытекает из предшествующего состояния, как того требует принцип причинности.

3.6. Движение свободной частицы

Свободная частица — частица, движущаяся в отсутствие внешних полей. Так как на свободную частицу (пусть она движется вдоль оси x) силы не действуют, то потенциальная энергия частицы $U(x)$=const и ее можно принять равной нулю. Тогда полная энергия частицы совпадает с ее кинетической энергией. В таком случае уравнение Шредингера (3.17) для стационарных состояний примет вид

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{2m}{\hbar^2}E\psi=0. \qquad (3.18)$$

Прямой подстановкой можно убедиться в том, что частным решением уравнения (3.18) является функция $\psi(x)=Ae^{ikx}$, где A = const и k = const с собственным значением энергии

$$E=\hbar^2k^2/(2m). \qquad (3.19)$$

Функция $\psi(x)=Ae^{ikx}=Ae^{(i/\hbar)\sqrt{2mE}x}$ представляет собой только координатную часть волновой функции $\Psi(x, t)$. Поэтому зависящая от времени волновая функция согласно (3.16) имеет вид

$$\Psi(x, t)=Ae^{-i\omega t+ikx}=Ae^{-(i/\hbar)(Et-p_x x)}, \qquad (3.20)$$

здесь $\omega = E/\hbar$ и $k = p_x/\hbar$. Функция (3.20) представляет собой плоскую монохроматическую волну де Бройля (3.14).

Из выражения (3.19) следует, что зависимость энергии от импульса

$$E = \hbar^2 k^2/(2m) = p_x^2/(2m)$$

оказывается обычной для нерелятивистских частиц. Следовательно, энергия свободной частицы может принимать любые значения (так как волновое число k может принимать любые положительные значения), т. е. ее энергетический спектр является непрерывным.

Таким образом, свободная квантовая частица описывается плоской монохроматической волной де Бройля. Этому соответствует не зависящая от времени плотность вероятности обнаружения частицы в данной точке пространства

$$|\Psi|^2 = \Psi\Psi^* = |A|^2,$$

т.е. все положения свободной частицы в пространстве являются равновероятными.

3.7. Частица в одномерной прямоугольной "потенциальной яме" с бесконечно высокими "стенками"

Проведем качественный анализ решений уравнения Шредингера применительно к частице в одномерной прямоугольной "потенциальной яме" с бесконечно высокими "стенками". Такая "яма" описывается потенциальной энергией вида (для простоты принимаем, что частица движется вдоль оси x)

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0, \\ 0, & 0 \le x \le l, \\ \infty, & x > l, \end{cases}$$

где l — ширина "ямы", а энергия отсчитывается от ее дна (рис. 11).

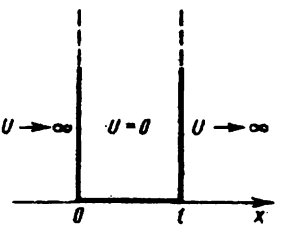


Рис. 11

Уравнение Шредингера (3.17) для стационарных состояний в случае одномерной задачи будет иметь вид

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{2m}{\hbar^2}(E-U)\psi=0. \qquad (3.21)$$

По условию задачи (бесконечно высокие "стенки") частица не проникает за пределы "ямы", поэтому вероятность ее обнаружения (а следовательно, и волновая функция) за пределами "ямы" равна нулю. На границах "ямы" (при $x = 0$ и $x = l$) непрерывная волновая функция также должна обращаться в нуль. Следовательно, граничные условия в данном случае имеют вид

$$\psi(0)=\psi(l)=0. \qquad (3.22)$$

В пределах "ямы" ($0 \le x \le l$) уравнение Шредингера (3.21) сведется к уравнению

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{2m}{\hbar^2}E\psi=0 \text{ или}$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+k^2\psi=0, \qquad (3.23)$$

где

$$k^2=\frac{2mE}{\hbar^2}. \qquad (3.24)$$

Общее решение дифференциального уравнения (3.23) имеет вид

$$\psi(x)=A\sin kx+B\cos kx.$$

Так как по (3.22) $\psi(0) = 0$, то $B = 0$. Тогда

$$\psi(x)=A\sin kl. \qquad (3.25)$$

Условие (3.22) $\psi(l) = A \sin kl = 0$ выполняется только при $kl=n\pi$, где n — целые числа, т.е. необходимо, чтобы

$$k=n\pi/l. \qquad (3.26)$$

Из выражений (3.24) и (3.26) следует, что

$$E_n=\frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2ml^2}, (n = 1, 2, 3, \ldots), \qquad (3.27)$$

т. е. стационарное уравнение Шредингера, описывающее движение частицы в "потенциальной яме" с бесконечно высокими "стенками", удовлетворяется только при собственных значениях E_n, зависящих от

целого числа n. Следовательно, энергия E_n частицы в "потенциальной яме" с бесконечно высокими "стенками" принимает лишь определенные дискретные значения, т.е. квантуется. Квантованные значения энергии E_n называются уровнями энергии, а число n, определяющее энергетические уровни частицы, называется **главным квантовым числом**. Таким образом, микрочастица в "потенциальной яме" с бесконечно высокими "стенками" может находиться только на определенном энергетическом уровне E_n, или, как говорят, частица находится в квантовом состоянии n.

Подставив в (3.25) значение k из (3.26), найдем собственные функции:

$$\psi_n(x) = A\sin\frac{n\pi}{l}x\,.$$

Постоянную интегрирования A найдем из условия нормировки (3.12), которое для данного случая имеет вид

$$A^2\int_0^l \sin^2\frac{n\pi}{l}x dx\,.$$

В результате интегрирования получим $A = \sqrt{2/l}$, а собственные функции будут иметь вид

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}}\sin\frac{n\pi}{l}x,\ (n = 1, 2, 3, \ldots). \qquad (3.28)$$

Графики собственных функций (3.28), соответствующие уровням энергии (3.27) при n = 1, 2, 3, приведены на рис. 12,*а*. На рис. 12,*б* изображена плотность вероятности обнаружения частицы на различных расстояниях от "стенок" ямы, равная $|\psi_n(x)|^2 = \psi_n(x)\psi_n^*(x)$ для n = 1, 2 и 3. Из рисунка следует, что, например, в квантовом состоянии с n = 2 частица не может находиться в середине "ямы", в то время как одинаково часто может пребывать в ее левой и правой частях. Такое поведение частицы указывает на то, что представления о траекториях частицы в квантовой механике несостоятельны.

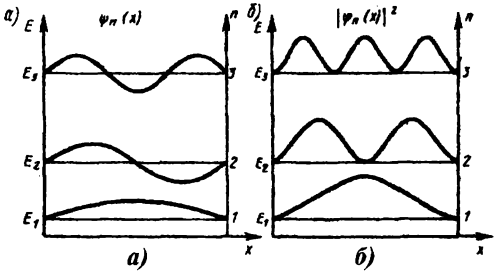


Рис. 12

Из выражения (3.27) вытекает, что энергетический интервал между двумя соседними уровнями равен

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{\pi^2\hbar^2}{2ml^2}(2n+1) \approx \frac{\pi^2\hbar^2}{2ml^2}n. \qquad (3.29)$$

Например, для электрона при размерах ямы l = 10^{-1} м (свободные электроны в металле) $\Delta E_n \approx 10^{-35}n$ Дж $\approx 10^{-16}n$ эВ, т.е. энергетические уровни расположены столь тесно, что спектр практически можно считать непрерывным. Если же размеры ямы соизмеримы с атомными (l = 10^{-10} м), то для электрона $\Delta E_n \approx 10^{-17}n$ Дж $\approx 10^{2}n$ эВ, т.е. получаются явно дискретные значения энергии (линейчатый спектр). Таким образом, применение уравнения Шредингера к частице в "потенциальной яме" с бесконечно высокими "стенками" приводит к квантованным значениям энергии, в то время как классическая механика на энергию этой частицы никаких ограничений не налагает.

Кроме того, квантово-механическое рассмотрение данной задачи приводит к выводу, что частица "в потенциальной яме" с бесконечно высокими "стенками" не может иметь энергию меньшую, чем минимальная энергия, равная $\frac{\pi^2\hbar^2}{2ml^2}$. Наличие отличной от нуля минимальной энергии не случайно и вытекает из соотношения неопределенностей. Неопределенность координаты Δx частицы в "яме" шириной l равна $\Delta x = l$. Тогда согласно соотношению неопределенностей (3.13) импульс не может иметь точное, в данном случае нулевое, значение. Неопределенность импульса $\Delta p \approx h/l$. Такому разбросу значений импульса соответствует кинетическая

энергия $E_{\min} \approx (\Delta p)^2/(2m) = h^2/(2ml^2)$. Все остальные уровни ($n>1$) имеют энергию, превышающую это минимальное значение.

Из формул (3.29) и (3.27) следует, что при больших квантовых числах ($n \gg 1$) $\Delta E_n / E_n \approx 2/n << 1$, т.е. соседние уровни расположены тесно: тем теснее, чем больше n. Если n очень велико, то можно говорить о практически непрерывной последовательности уровней и характерная особенность квантовых процессов — дискретность — сглаживается. Этот результат является частным случаем **принципа соответствия Бора** (1923), согласно которому законы квантовой механики должны при больших значениях квантовых чисел переходить в законы классической физики.

Более общая трактовка принципа соответствия, имеющего огромную роль в современной физике, заключается в следующем: всякая новая, более общая теория, являющаяся развитием классической, не отвергает ее полностью, а включает в себя классическую теорию, указывая границы ее применения, причем в определенных предельных случаях новая теория переходит в старую. Так, формулы кинематики и динамики специальной теории относительности переходят при $v << c$ в формулы механики Ньютона. Например, хотя гипотеза де Бройля приписывает волновые свойства всем телам, но в тех случаях, когда мы имеем дело с макроскопическими телами, их волновыми свойствами можно пренебречь, т.е. применять классическую механику Ньютона.

3.8. Прохождение частицы сквозь потенциальный барьер. Туннельный эффект

Рассмотрим простейший потенциальный барьер прямоугольной формы (рис. 13, а) для одномерного (по оси x) движения частицы. Для потенциального барьера прямоугольной формы высоты U и ширины l можем записать

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0 \\ 0, & 0 \le x \le l \\ \infty, & x > l \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{(для области 1),} \\ \text{(для области 2),} \\ \text{(для области 3).} \end{array}$$

При данных условиях задачи классическая частица, обладая энергией E, либо беспрепятственно пройдет над барьером (при $E > U$), либо отразится от него (при $E < U$) и будет двигаться в обратную сторону, т.е.

она не может проникнуть сквозь барьер. Для микрочастицы же, даже при $E > U$, имеется отличная от нуля вероятность, что частица отразится от барьера и будет двигаться в обратную сторону. При $E < U$ имеется также отличная от нуля вероятность, что частица окажется в области $x > l$, т.е. проникает сквозь барьер. Подобные, казалось бы, парадоксальные выводы следуют непосредственно из решения уравнения Шредингера, описывающего движение микрочастицы при условиях данной задачи.

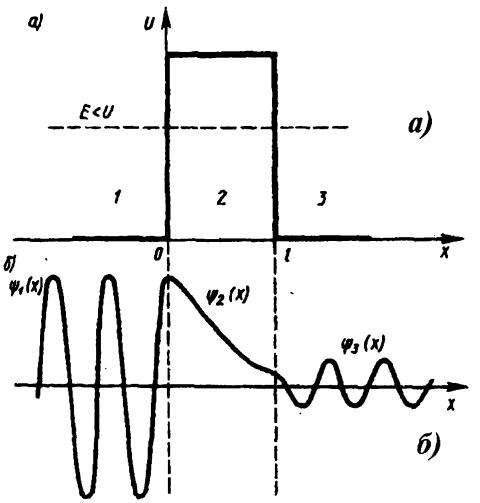


Рис. 13

Уравнение Шредингера (3.17) для стационарных состояний для каждой из выделенных на рис. 13, *а* области имеет вид

$$\frac{\partial^2\psi_{1,3}}{\partial x^2} + k^2\psi_{1,3} = 0 \quad \left(\text{для областей 1 и 3 } k^2 = 2mE/\hbar^2\right),$$

$$\frac{\partial^2\psi_2}{\partial x^2} + q^2\psi_2 = 0 \quad \left(\text{для области 2 } q^2 = 2m(E-U)/\hbar^2\right). \quad (3.30)$$

Общие решения этих дифференциальных уравнений имеет вид

$$\psi_1(x) = A_1 e^{ikx} + B_1 e^{-ikx} \quad (\text{для области 1}); \quad (3.31)$$

$$\psi_2(x) = A_2 e^{ikx} + B_2 e^{-ikx} \quad (\text{для области 2});$$

$$\psi_3(x) = A_3 e^{ikx} + B_3 e^{-ikx} \quad (\text{для области 3}). \qquad (3.32)$$

В частности, для области 1 полная волновая функция согласно (3.16) будет иметь вид

$$\Psi_1(x,\ t) = \psi(x) e^{-(i/\hbar)Et} = A_1 e^{-(i/\hbar)(Et - p_1 x)} + B_1 e^{-(i/\hbar)(Et + p_1 x)}. \qquad (3.33)$$

В этом выражении первый член представляет собой плоскую волну типа (3.20), распространяющуюся в положительном направлении оси x (соответствует частице, движущейся в сторону барьера), а второй — волну, распространяющуюся в противоположном направлении, т.е. отраженную от барьера (соответствует частице, движущейся от барьера налево).

Решение (3.32) содержит также волны (после умножения на временной множитель), распространяющиеся в обе стороны. Однако в области 3 имеется только волна, прошедшая сквозь барьер и распространяющаяся слева направо. Поэтому коэффициент B_3 в формуле (3.32) следует принять равным нулю.

В области 2 решение зависит от соотношений $E > U$ или $E < U$. Физический интерес представляет случай, когда полная энергия частицы меньше высоты потенциального барьера, поскольку при $E < U$ законы классической физики однозначно не разрешают частице проникнуть сквозь барьер. В данном случае согласно (3.30) $q = i\beta$ — мнимое число, где

$$\beta = \sqrt{2m(U - E)}/\hbar .$$

Учитывая значение q и B_3 =0, получим решения уравнения Шредингера для трех областей в следующем виде:

$$\psi_1(x) = A_1 e^{ikx} + B_1 e^{-ikx} \qquad (\text{для области 1});$$

$$\psi_2(x) = A_2 e^{-\beta x} + B_2 e^{\beta x} \qquad (\text{для области 2}); \qquad (3.34)$$

$$\psi_3(x) = A_3 e^{ikx} \qquad (\text{для области 3}).$$

В области 2 функция (3.34) уже не соответствует плоским волнам, распространяющимся в обе стороны, поскольку показатели степени экспонент не мнимые, а действительные. Можно показать, что для частного случая высокого и широкого барьера, когда $\beta l >> 1$, $B_2 \approx 0$.

Качественный характер функций $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$ и $\psi_3(x)$ иллюстрируется на рис. 13, б, откуда следует, что волновая функция не равна нулю и внутри барьера, а в области 3, если барьер не очень широк,

будет опять иметь вид волн де Бройля с тем же импульсом, т. е. с той же частотой, но с меньшей амплитудой. Следовательно, получили, что частица имеет отличную от нуля вероятность прохождения сквозь потенциальный барьер конечной ширины.

Таким образом, квантовая механика приводит к принципиально новому специфическому квантовому явлению, получившему название **туннельного эффекта**, в результате которого микрообъект может "пройти" сквозь потенциальный барьер.

Для описания туннельного эффекта используют понятие **коэффициента прозрачности** D потенциального барьера, определяемого как отношение плотности потока частиц, прошедших через потенциальный барьер, к плотности потока падающих. Можно показать, что $D=|A_3|^2 / |A_1|^2$. Для того чтобы найти отношение $|A_3 / A_1|^2$, необходимо воспользоваться условиями непрерывности ψ и Ψ' на границах барьера $x= 0$ и $x = l$ (см. рис. 13):

$$\begin{cases} \psi_1(0) = \psi_2(0), \\ \psi_1'(0) = \psi_2'(0), \\ \psi_2(0) = \psi_3(0), \\ \psi_2'(0) = \psi_3'(0). \end{cases} \qquad (3.35)$$

Эти четыре условия дают возможность выразить коэффициенты A_2, A_3, B_1 и B_2 через A_1. Совместное решение уравнений (3.35) для прямоугольного потенциального барьера даст (в предположении, что коэффициент прозрачности мал по сравнению с единицей)

$$D = D_0 \exp\left(-\frac{2}{\hbar}\sqrt{2m(U-E)}\,l\right), \qquad (3:36)$$

где U — высота потенциального барьера; E — энергия частицы; l — ширина барьера; D_0 — постоянный множитель, который можно приравнять единице. Из выражения (3.36) следует, что D сильно зависит от массы m частицы, ширины l барьера и от $(U - E)$; чем шире барьер, тем меньше вероятность прохождения сквозь него частицы.

Для потенциального барьера произвольной формы (рис. 14), удовлетворяющей условиям так называемого квазиклассического приближения (достаточно гладкая форма кривой), имеем

$$D = D_0 \exp\left[-\frac{2}{\hbar}\int_{x_1}^{x_2}\sqrt{2m(U-E)}dx\right], \text{ где } U = U(x).$$

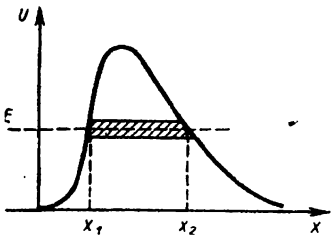


Рис. 14

С классической точки зрения прохождение частицы сквозь потенциальный барьер при $E < U$ невозможно, так как частица, находясь в области барьера, должна была бы обладать отрицательной кинетической энергией. Туннельный эффект является специфическим квантовым эффектом. Прохождение частицы сквозь область, в которую согласно законам классической механики она не может проникнуть, можно пояснить соотношением неопределенностей. Неопределенность импульса Δp на отрезке $\Delta x = l$ составляет $\Delta p > h/l$. Связанная с этим разбросом в значениях импульса кинетическая энергия $(\Delta p)^2/(2m)$ может оказаться достаточной для того, чтобы полная энергия частицы оказалась больше потенциальной.

Основы теории туннельных переходов заложены работами российских ученых Л.И. Мандельштама (1879 – 1944) и М. А. Леонтовича (1903—1981). Туннельное прохождение сквозь потенциальный барьер лежит в основе многих явлений физики твердого тела (например, явления в контактном слое на границе двух полупроводников), атомной и ядерной физики (например, α-распад, протекание термоядерных реакций).

3.9. Линейный гармонический осциллятор в квантовой механике

Линейный гармонический осциллятор — система, совершающая одномерное движение под действием квазиупругой силы, — является моделью, используемой во многих задачах классической и квантовой

теории. Пружинный, физический и математический маятники — примеры классических гармонических осцилляторов. Потенциальная энергия гармонического осциллятора равна

$$U = m\omega_0^2 x^2 / 2 , \qquad (3.37)$$

где ω_0 — собственная частота колебаний осциллятора; m — масса частицы. Зависимость (3.37) имеет вид параболы (рис. 15), т. е. "потенциальная яма" в данном случае является параболической.

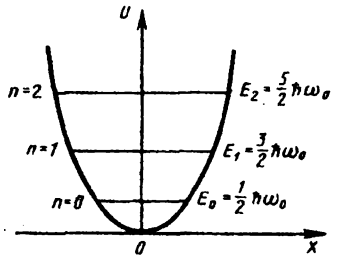


Рис. 15

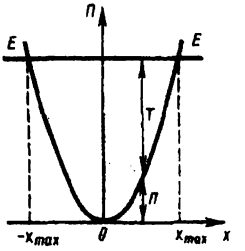


Рис. 16

Амплитуда малых колебаний классического осциллятора определяется его полной энергией E (рис. 16). В точках с координатами $\pm x_{max}$ полная энергия E равна потенциальной энергии упругой деформации П. Поэтому с классической точки зрения частица не может выйти за пределы области ($-x_{max}$, $+ x_{max}$). Такой выход означал бы, что ее потенциальная энергия больше полной, что абсурдно, так как приводит к выводу, что кинетическая энергия отрицательна. Таким образом, классический осциллятор находится в "потенциальной яме" с координатами $- x_{max} \le x \le x_{max}$ "без права выхода" из нее.

Гармонический осциллятор в квантовой механике — квантовый осциллятор — описывается уравнением Шредингера (3.17), учитывающим выражение (3.37) для потенциальной энергии. Тогда стационарные состояния квантового осциллятора определяются уравнением Шредингера вида

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E - \frac{m\omega_0^2 x^2}{2}\right)\psi = 0 , \qquad (3.38)$$

где E — полная энергия осциллятора. В теории дифференциальных уравнений доказывается, что уравнение (3.38) решается только при

собственных значениях энергии

$$E_n = (n + 1/2)\hbar\omega_0 . \qquad (3.39)$$

Формула (3.39) показывает, что энергия квантового осциллятора может иметь лишь дискретные значения, т. е. квантуется. Энергия ограничена снизу отличным от нуля, как и для прямоугольной "ямы" с бесконечно высокими "стенками", минимальным значением энергии $E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega_0$. Существование минимальной энергии — она называется энергией нулевых колебаний — является типичной для квантовых систем и представляет собой прямое следствие соотношения неопределенностей.

Наличие нулевых колебаний означает, что частица не может находиться на дне "потенциальной ямы", причем этот вывод не зависит от ее формы. В самом деле, "падение на дно ямы" связано с обращением в нуль импульса частицы, а вместе с тем и его неопределенности. Тогда неопределенность координаты становится сколь угодно большой, что противоречит, в свою очередь, пребыванию частицы в "потенциальной яме".

Вывод о наличии энергии нулевых колебаний квантового осциллятора противоречит выводам классической теории, согласно которой наименьшая энергия, которую может иметь осциллятор, равна нулю (соответствует покоящейся в положении равновесия частице). Например, классическая физика приводит к выводу, что при $T = 0$ энергия колебательного движения атомов кристалла должна обращаться в нуль. Следовательно, должно исчезать и рассеяние света, обусловленное колебаниями атомов. Однако эксперимент показывает, что интенсивность рассеяния света при понижении температуры не равна нулю, а стремится к некоторому предельному значению, указывающему на то, что при $T \to 0$ колебания атомов в кристалле не прекращаются. Это является подтверждением наличия нулевых колебаний.

Из формулы (3.39) также следует, что уровни энергии линейного гармонического осциллятора расположены на одинаковых расстояниях друг от друга (см. рис. 15), а именно расстояние между соседними энергетическими уровнями равно $\hbar\omega_0$, причем минимальное значение энергии $E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega_0$.

Строгое решение задачи о квантовом осцилляторе приводит еще к

одному значительному отличию от классического рассмотрения. Квантово-механический расчет показывает, что частицу можно обнаружить за пределами дозволенной области $|x| \leq x_{max}$ (см. рис. 16), в то время как с классической точки зрения она не может выйти за пределы области $(-x_{max}, +x_{max})$. Таким образом, имеется отличная от нуля вероятность обнаружить частицу в той области, которая является классически запрещенной. Этот результат (без его вывода) демонстрируется на рис. 17, где приводится квантовая плотность вероятности W обнаружения частицы для состояния $n = 1$. Из рисунка следует, что для квантового осциллятора действительно плотность вероятности W имеет конечные значения за пределами классически дозволенной области $|x| \geq x_{max}$ т. е. имеется конечная (но небольшая) вероятность обнаружить частицу в области за пределами "потенциальной ямы". Существование отличных от нуля значений W за пределами "потенциальной ямы" объясняется возможностью прохождения микрочастиц сквозь потенциальный барьер.

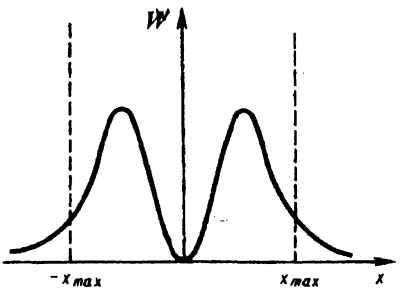


Рис. 17

4. Элементы современной физики атомов

4.1. Атом водорода в квантовой механике

Решение задачи об энергетических уровнях электрона для атома водорода (а также водородоподобных систем: иона гелия He^+, двукратно ионизованного лития Li^{++} и др.) сводится к задаче о движении электрона в кулоновском поле ядра.

Потенциальная энергия взаимодействия электрона с ядром, обладающим зарядом Ze (для атома водорода $Z = 1$):

$$U(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}, \qquad (4.1)$$

где r — расстояние между электроном и ядром. Графически функция $U(r)$ изображена жирной кривой на рис. 18. U с уменьшением r (при приближении электрона к ядру) неограниченно убывает.

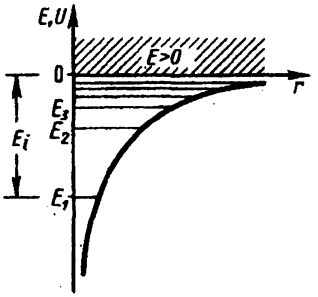


Рис. 18

Состояние электрона в атоме водорода описывается волновой функцией ψ, удовлетворяющей стационарному уравнению Шредингера (3.17), учитывающему значение (4.1):

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E - \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_{0r}}\right)\psi = 0, \qquad (4.2)$$

где m — масса электрона; E — полная энергия электрона в атоме. Так как поле, в котором движется электрон, является центрально-симметричным, то для решения уравнения (4.2) обычно используют сферическую систему координат: r, θ, φ. Не вдаваясь в математическое решение этой задачи, ограничимся рассмотрением важнейших результатов, которые из него следуют, пояснив их физический смысл.

В теории дифференциальных уравнений доказывается, что уравнения типа (4.2) имеют решения, удовлетворяющие требованиям однозначности, конечности и непрерывности волновой функции ψ, только при собственных значениях энергии

$$E_n = -\frac{1}{n^2}\frac{Z^2 m e^4}{8h^2\varepsilon_0^2}, \quad (n = 1, 2, 3, \ldots), \qquad (4.3)$$

т. е. для дискретного набора отрицательных значений энергии.

Таким образом, как и в случае "потенциальной ямы" с бесконечно высокими "стенками" и гармонического осциллятора, решение уравнения Шредингера для атома водорода приводит к появлению дискретных энергетических уровней. Возможные значения E_1, E_2, E_3, ... показаны на рис. 18 в виде горизонтальных прямых. Самый нижний уровень E_1, отвечающий минимальной возможной энергии, — основной, все остальные ($E_n > E_1, n = 2, 3, ...$) — возбужденные. При $E < 0$ движение электрона является связанным — он находится внутри гиперболической "потенциальной ямы". Из рисунка следует, что по мере роста главного квантового числа n энергетические уровни располагаются теснее и при $n = \infty$ $E_\infty = 0$. При $E > 0$ движение электрона является свободным; область непрерывного спектра $E > 0$ (заштрихована на рис. 18) соответствует ионизованному атому. Энергия ионизации атома водорода равна

$$E_i = -E_1 = \frac{m_e e^4}{8h^2\varepsilon_0^2} = 13{,}55 \text{ эВ}.$$

Выражение (4.3) совпадает с формулой (2.8), полученной Бором для энергии атома водорода. Однако если Бору пришлось вводить дополнительные гипотезы (постулаты), то в квантовой механике дискретные значения энергии, являясь следствием самой теории, вытекают непосредственно из решения уравнения Шредингера.

В квантовой механике доказывается, что уравнению Шредингера (4.2) удовлетворяют собственные функции $\psi_{nlm_l}(r, \theta, \varphi)$, определяемые тремя квантовыми числами: главным n, орбитальным l и магнитным m.

Главное квантовое число n согласно (4.3) определяет энергетические уровни электрона в атоме и может принимать любые целочисленные значения начиная с единицы: $n = 1, 2, 3, ...$

Из решения уравнения Шредингера вытекает, что момент импульса (механический орбитальный момент) электрона квантуется, т. е. не может быть произвольным, а принимает дискретные значения, определяемые формулой

$$L_l = \hbar\sqrt{l(l+1)}, \qquad (4.4)$$

где l — **орбитальное квантовое число**, которое определяет момент импульса электрона в атоме и при заданном n принимает значения

$$l = 0, 1, ..., (n-1). \qquad (4.5)$$

Из решения уравнений Шредингера следует также, что вектор L_i момента импульса электрона может иметь лишь такие ориентации в пространстве, при которых его проекция L_{lz} на направление z внешнего магнитного поля принимает квантованные значения, кратные $\hbar$:

$$L_{lz} = \hbar m_l , \tag{4.6}$$

где m_l — магнитное квантовое число, которое при заданном l может принимать значения

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm l \tag{4.7}$$

т. е. всего $2l + 1$ значений. Таким образом, **магнитное квантовое число** m_l определяет проекцию момента импульса электрона на заданное направление, причем вектор момента импульса электрона в атоме может иметь в пространстве $2l + 1$ ориентации.

Наличие квантового числа m_l должно привести в магнитном поле к расщеплению уровня с главным квантовым числом n на $2l + 1$ подуровней. Соответственно в спектре атома должно наблюдаться расщепление спектральных линий. Действительно, расщепление энергетических уровней в магнитном поле было обнаружено в 1896 г. голландским физиком П. Зееманом (1865 — 1945) и получило название **эффекта Зеемана**. Расщепление уровней энергии во внешнем электрическом поле, тоже доказанное экспериментально, называется **эффектом Штарка** (И. Штарк — немецкий физик (1874 — 1957)).

Хотя энергия электрона (4.3) и зависит только от главного квантового числа n, но каждому собственному значению E_n (кроме E_1) соответствует несколько собственных функций ψ_{nlm_l} отличающихся значениями l и m_l. Следовательно, атом водорода может иметь одно и то же значение энергии, находясь в нескольких различных состояниях. Так как при данном n орбитальное квантовое число l может изменяться от 0 до n – 1 (4.5), а каждому значению l соответствует $2l + 1$ различных значений m_l (4.7), то число различных состояний, соответствующих данному n, равно

$$\sum_{l=0}^{n-1}(2l+1) = n^2 . \tag{4.8}$$

Квантовые числа и их значения являются следствием решений уравнений Шредингера и условий однозначности, непрерывности и конечности, налагаемых на волновую функцию ψ. Кроме того, так как при движении электрона в атоме существенны волновые свойства

электрона, то квантовая механика вообще отказывается от классического представления об электронных орбитах. Согласно квантовой механике каждому энергетическому состоянию соответствует волновая функция, квадрат модуля которой определяет вероятность обнаружения электрона в единице объема.

Вероятность обнаружения электрона в различных частях атома различна. Электрон при своем движении как бы "размазан" по всему объему, образуя электронное облако, плотность (густота) которого характеризует вероятность нахождения электрона в различных точках объема атома. Квантовые числа n и l характеризуют размер и форму электронного облака, а квантовое число m_l характеризует ориентацию электронного облака в пространстве.

В атомной физике, по аналогии со спектроскопией, состояние электрона, характеризующееся квантовыми числами $l = 0$, называют *s*-состоянием (электрон в этом состоянии называют *s*-электроном), $l = 1$ — *p*-состоянием, $l = 2$ — *d*-состоянием, $l = 3$ — *f*-состоянием и т. д. Значение главного квантового числа указывается перед условным обозначением орбитального квантового числа. Например, электроны в состояниях с $n = 2$ и $l = 0$ и 1 обозначаются соответственно символами $2s$ и $2p$.

На рис. 19 для примера приведено распределение электронной плотности (формы электронного облака) для состояний атома водорода при $n = 1$ и $n = 2$, определяемое $|\psi_{nlm_l}|^2$. Как видно из рисунка, оно зависит от n, l и m_l. Так, при $l = 0$ электронная плотность отлична от нуля в центре и не зависит от направления (сферически-симметрична), а для остальных состояний в центре равна нулю и зависит от направления.

Квантовые числа n, l и m_l позволяют более полно описать спектр испускания (поглощения) атома водорода, полученный в теории Бора (см. рис. 9).

В квантовой механике вводятся правила отбора, ограничивающие число возможных переходов электронов в атоме, связанных с испусканием и поглощением света. Теоретически доказано и экспериментально подтверждено, что для дипольного излучения электрона, движущегося в центрально-симметричном поле ядра, могут осуществляться только такие переходы, для которых:

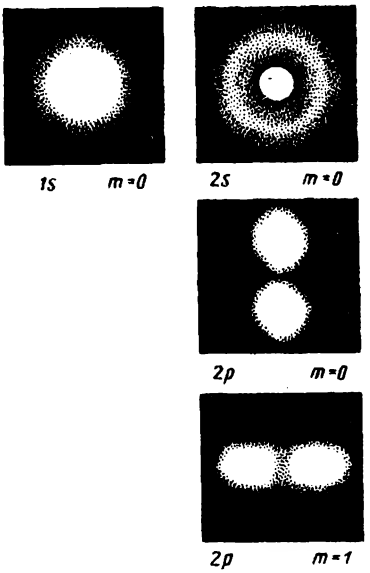


Рис. 19

1) изменение орбитального квантового числа Δl удовлетворяет условию

$$\Delta l = \pm 1; \qquad (4.9)$$

2) изменение магнитного квантового числа Δm_l удовлетворяет условию $\Delta m_l = 0, \pm 1$.

В оптических спектрах указанные правила отбора в основном выполняются. Однако в принципе могут наблюдаться и слабые "запрещенные" линии, например возникающие при переходах с $\Delta l = 2$. Появление этих линий объясняется тем, что строгая теория, запрещая дипольные переходы, разрешает переходы, соответствующие излучению более сложных систем зарядов, например квадруполей. Вероятность же квадрупольных переходов (переходы с $\Delta l = 2$) во много раз меньше вероятности дипольных переходов, поэтому "запрещенные" линии и являются слабыми.

Учитывая число возможных состояний, соответствующих данному n,

и правило отбора (4.9), рассмотрим спектральные линии атома водорода (рис. 20): серии Лаймана соответствуют переходы

$np \to 1s$ (n = 2, 3, ...);

серии Бальмера —

$np \to 2s$ $ns \to 2p$ $nd \to 2p$ (n = 3, 4,...).

и т. д.

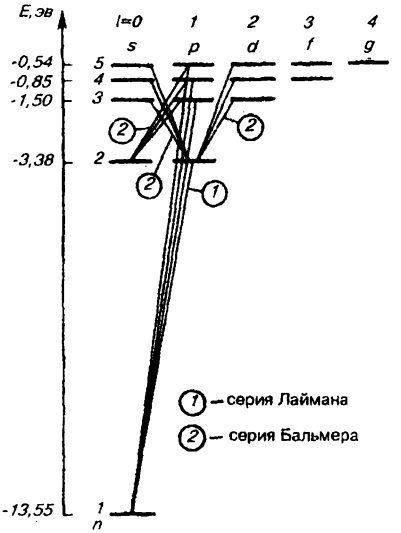


Рис. 20

Переход электрона из основного состояния в возбужденное обусловлен увеличением энергии атома и может происходить только при сообщении атому энергии извне, например за счет поглощения атомом фотона. Так как поглощающий атом находится обычно в основном состоянии, то спектр атома водорода должен состоять из линий, соответствующих переходам $1s \to np$ (n = 2, 3, ...), что согласуется с опытом.

4.2. 1s-состояние электрона в атоме водорода

1s-состояние электрона в атоме водорода является сферически-симметричным, т. е. не зависит от углов θ и φ. Волновая функция ψ

электрона в этом состоянии определяется только расстоянием r электрона от ядра, т. е. $\psi = \psi_{100}(r)$, где цифры в индексе соответственно указывают, что $n = 1$, $l = 0$ и $m_l = 0$. Уравнению Шредингера для 1s-состояния электрона в атоме водорода удовлетворяет функция вида

$$\psi = Ce^{-r/a}, \qquad (4.10)$$

где, как можно показать, $a = \dfrac{\hbar^2 4\pi\varepsilon_0}{me^2}$ — величина, совпадающая с первым боровским радиусом a (см. (2.6)) для атома водорода; C — некоторая постоянная, определяемая из условия нормировки вероятностей (3.12).

Благодаря сферической симметрии ψ-функции вероятность обнаружения электрона на расстоянии r одинакова по всем направлениям. Поэтому элемент объема dV, отвечающий одинаковой плотности вероятности, обычно представляют в виде объема сферического слоя радиусом r и толщиной dr: $dV = 4\pi r^2 dr$. Тогда согласно условию нормировки вероятностей (3.12) с учетом (4.10):

$$1 = \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2 dV = \int_0^{\infty} C^2 e^{-2r/a} 4\pi r^2 dr .$$

После интегрирования получим

$$C = 1/\sqrt{\pi a^3} . \qquad (4.11)$$

Подставив выражение (4.11) в формулу (4.10), определим нормированную волновую функцию, отвечающую 1s-состоянию электрона в атоме водорода:

$$\psi_{100}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} e^{-r/a} . \qquad (4.12)$$

Вероятность обнаружить электрон в элементе объема (см. (3.11)) равна

$$dW = |\Psi|^2 dV = |\psi|^2 4\pi r^2 dr .$$

Подставив в эту формулу волновую функцию (4.12), получим

$$dW = \frac{1}{\pi a^3} e^{-2r/a} 4\pi r^2 dr .$$

Вычислим те расстояния r_{max} от ядра, на которых электрон может быть обнаружен с наибольшей вероятностью. Исследуя выражение dW/dr на максимум, получим, что $r_{max} = a$. Следовательно, электрон

может быть обнаружен с наибольшей вероятностью на расстояниях, равных боровскому радиусу, т. е. имеется равная и наибольшая вероятность обнаружения электрона во всех точках, расположенных на сферах радиуса a с центром в ядре атома. Казалось бы, квантово-механический расчет дает полное согласие с теорией Бора. Однако согласно квантовой механике плотность вероятности лишь при $r = a$ достигает максимума, оставаясь отличной от нуля во всем пространстве (рис. 21). Таким образом, в основном состоянии атома водорода наиболее вероятным расстоянием от электрона до ядра является расстояние, равное боровскому радиусу. В этом заключается квантово-механический смысл боровского радиуса.

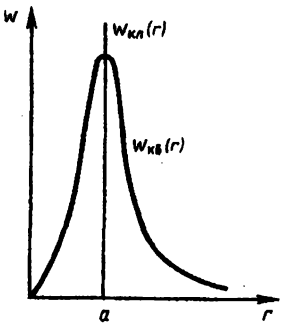


Рис. 21

4.3. Спин электрона. Спиновое квантовое число

Немецкие физики О. Штерн и В. Герлах, проводя прямые измерения магнитных моментов, обнаружили в 1922 г., что узкий пучок атомов водорода, заведомо находящихся в s-состоянии, в неоднородном магнитном поле расщепляется на два пучка. В этом состоянии момент импульса электрона равен нулю (4.4). Магнитный момент атома, связанный с орбитальным движением электрона, пропорционален механическому моменту, поэтому он равен нулю, и магнитное поле не должно оказывать влияния на движение атомов водорода в основном состоянии, т. е. расщепления быть не должно. Однако в дальнейшем при применении спектральных приборов с большой разрешающей способностью было доказано, что спектральные линии атома водорода обнаруживают тонкую структуру (являются дублетами) даже в отсутствие магнитного поля.

Для объяснения тонкой структуры спектральных линий, а также ряда других трудностей в атомной физике американские физики Д. Уленбек

(1900 — 1974) и С. Гаудсмит (1902 — 1979) предположили, что электрон обладает собственным неуничтожимым механическим моментом импульса, не связанным с движением электрона в пространстве, — **спином**.

Спин электрона (и всех других микрочастиц) — квантовая величина, у нее нет классического аналога; это внутреннее неотъемлемое свойство электрона, подобное его заряду и массе.

Если электрону приписывается собственный механический момент импульса (спин) $\vec{L}_s$, то ему соответствует собственный магнитный момент $\vec{p}_{ms}$. Согласно общим выводам квантовой механики спин квантуется по закону

$$L_s = \hbar\sqrt{s(s+1)},$$

где s — спиновое квантовое число.

По аналогии с орбитальным моментом импульса, проекция L_{sz} спина квантуется так, что вектор $\vec{L}_s$, может принимать $2s + 1$ ориентаций. Так как в опытах Штерна и Герлаха наблюдались только две ориентации, то $2s + 1 = 2$, откуда $s = 1/2$. Проекция спина на направление внешнего магнитного поля, являясь квантованной величиной, определяется выражением, аналогичным (4.6):

$$L_{sz} = \hbar m_s,$$

где m_s — **магнитное спиновое квантовое число**, определяющее проекцию спина на заданное направление. Оно может иметь только два значения: $m_s = \pm 1/2$.

Таким образом, опытные данные привели к необходимости характеризовать электроны (и микрочастицы вообще) добавочной внутренней степенью свободы. Поэтому для полного описания состояния электрона в атоме необходимо наряду с главным, орбитальным и магнитным квантовыми числами задавать еще магнитное спиновое квантовое число.

4.4. Принцип неразличимости тождественных частиц. Фермионы и бозоны

Если перейти от рассмотрения движения одной микрочастицы (одного электрона) к многоэлектронным системам, то проявляются особые свойства, не имеющие аналога в классической физике.

Пусть квантово-механическая система состоит из одинаковых частиц,

например электронов. Все электроны имеют одинаковые физические свойства — массу, электрический заряд, спин и другие внутренние характеристики (например, квантовые числа). Такие частицы называют тождественными.

Необычные свойства системы одинаковых тождественных частиц проявляются в фундаментальном принципе квантовой механики — **принципе неразличимости тождественных частиц**, согласно которому невозможно экспериментально различить тождественные частицы.

В классической механике даже одинаковые частицы можно различить по положению в пространстве и импульсам. Если частицы в какой-то момент времени пронумеровать, то в следующие моменты времени можно проследить за траекторией любой из них. Классические частицы, таким образом, обладают индивидуальностью, поэтому классическая механика систем из одинаковых частиц принципиально не отличается от классической механики систем из различных частиц.

В квантовой механике положение иное. Из соотношения неопределенностей вытекает, что для микрочастиц вообще неприменимо понятие траектории; состояние микрочастицы описывается волновой функцией, позволяющей вычислять лишь вероятность ($|\psi|^2$) нахождения микрочастицы в окрестностях той или иной точки пространства. Если же волновые функции двух тождественных частиц в пространстве перекрываются, то разговор о том, какая частица находится в данной области, вообще лишен смысла: можно лишь говорить о вероятности нахождения в данной области одной из тождественных частиц. Таким образом, в квантовой механике тождественные частицы полностью теряют свою индивидуальность и становятся неразличимыми. Следует подчеркнуть, что принцип неразличимости тождественных частиц не является просто следствием вероятностной интерпретации волновой функции, а вводится в квантовую механику как новый принцип, который, как уже указывалось, является фундаментальным.

Принимая во внимание физический смысл величины $|\psi|^2$, принцип неразличимости тождественных частиц можно записать в виде

$$|\psi(x_1, x_2)|^2 = |\psi(x_2, x_1)|^2, \qquad (4.13)$$

где x_1 и x_2 — соответственно совокупность пространственных и спиновых координат первой и второй частиц. Из выражения (4.13) вытекает, что возможны два случая:

$$\psi(x_1, x_2) = \pm\psi(x_2, x_1),$$

т. е. принцип неразличимости тождественных частиц ведет к определенному свойству симметрии волновой функции. Если при перемене частиц местами волновая функция не меняет знака, то она называется симметричной, если меняет — антисимметричной. Изменение знака волновой функции не означает изменения состояния, так как физический смысл имеет лишь квадрат модуля волновой функции. В квантовой механике доказывается, что характер симметрии волновой функции не меняется со временем. Это же является доказательством того, что свойство симметрии или антисимметрии — признак данного типа микрочастиц.

Установлено, что симметрия или антисимметрия волновых функций определяется спином частиц. В зависимости от характера симметрии все элементарные частицы и построенные из них системы (атомы, молекулы) делятся на два класса. Частицы с полуцелым спином (например, электроны, протоны, нейтроны) описываются антисимметричными волновыми функциями и подчиняются статистике Ферми — Дирака; эти частицы называются **фермионами**. Частицы с нулевым или целочисленным спином (например, π-мезоны, фотоны) описываются симметричными волновыми функциями и подчиняются статистике Бозе — Эйнштейна (Ш. Бозе – индийский физик (1894 – 1974)); эти частицы называются **бозонами**. Сложные частицы (например, атомные ядра), составленные из нечетного числа фермионов, являются фермионами (суммарный спин — полуцелый), а из четного — бозонами (суммарный спин целый).

Зависимость характера симметрии волновых функций системы тождественных частиц от спина частиц теоретически обоснована швейцарским физиком В. Паули (1900 — 1958), что явилось еще одним доказательством того, что спин является фундаментальной характеристикой микрочастиц.

4.5. Принцип Паули. Распределение электронов в атоме по состояниям

Если тождественные частицы имеют одинаковые квантовые числа, то их волновая функция симметрична относительно перестановки частиц. Отсюда следует, что два одинаковых фермиона, входящих в одну систему, не могут находиться в одинаковых состояниях, так как для фермионов волновая функция должна быть антисимметричной. Обобщая опытные данные, В. Паули сформулировал принцип, согласно которому системы фермионов встречаются в природе только в состояниях,

описываемых антисимметричными волновыми функциями (квантово-механическая формулировка **принципа Паули**).

Из этого положения вытекает более простая формулировка принципа Паули, которая и была введена им в квантовую теорию (1925 г.) еще до построения квантовой механики: в системе одинаковых фермионов любые два из них не могут одновременно находиться в одном и том же состоянии. Отметим, что число однотипных бозонов, находящихся в одном и том же состоянии, не лимитируется.

Напомним, что состояние электрона в атоме однозначно определяется набором четырех квантовых чисел:

главного n (n = 1, 2, 3, ...),

орбитального l (l = 0, 1, 2, ..., n – 1),

магнитного m_l (m_l = – l,.... -1, 0, +1, ..., + l),

магнитного спинового m_s , (m_s = + 1/2, - 1/2).

Распределение электронов в атоме подчиняется принципу Паули, который может быть использован в его простейшей формулировке: в одном и том же атоме не может быть более одного электрона с одинаковым набором четырех квантовых чисел n, l , m_l и m_s, т. е. $Z(n, l, m_l, m_s) = 0$ или 1, где $Z(n, l, m_l, m_s)$ — число электронов, находящихся в квантовом состоянии, описываемом набором четырех квантовых чисел: $n, l, m_l m_s$. Таким образом, принцип Паули утверждает, что два электрона, связанные в одном и том же атоме, различаются значениями, по крайней мере, одного квантового числа.

Согласно формуле (4.8) данному n соответствует n^2 различных состояний, отличающихся значениями l и m_l. Квантовое число m_s может принимать лишь два значения (±1/2). Поэтому максимальное число электронов, находящихся в состояниях, определяемых данным главным квантовым числом, равно

$$Z(n) = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1) = 2n^2 .$$

Совокупность электронов в многоэлектронном атоме, имеющих одно и то же главное квантовое число n, называют электронной оболочкой. В каждой из оболочек электроны распределяются по подоболочкам, соответствующим данному l . Поскольку орбитальное квантовое число принимает значения от 0 до n – 1, число подоболочек равно порядковому номеру n оболочки. Количество электронов в подоболочке определяется магнитным и магнитным спиновым квантовыми числами: максимальное число электронов в подоболочке с данным l

равно 2(2 + 1). Обозначения оболочек, а также распределение электронов по оболочкам и подоболочкам представлены в табл. 2.

Таблица 2

Распределение электронов в атоме по состояниям

Главное квантовое число n	1	2		3			4				5				
Символ оболочки	*K*	*L*		*M*			*N*				*O*				
Максимальное число электронов в оболочке	2	8		18			32				50				
Орбитальное квантовое число l	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3	0	1	2	3	4
Символ подоболочки	1*s*	2*s*	2*p*	3*s*	3*p*	3*d*	4*s*	4*p*	4*d*	4*f*	5*s*	5*p*	5*d*	5*f*	5*g*
Максимальное число электронов в подоболочке	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	14	18

4.6. Периодическая система элементов Менделеева

Принцип Паули, лежащий в основе систематики заполнения электронных состояний в атомах, позволяет объяснить **Периодическую систему элементов Д. И. Менделеева** — фундаментального закона природы, являющегося основой современной химии, атомной и ядерной физики.

Д. И. Менделеев ввел понятие порядкового номера химического элемента Z, равного числу протонов в ядре и соответственно общему числу электронов в электронной оболочке атома. Расположив химические элементы по мере возрастания порядковых номеров, он получил периодичность в изменении химических свойств элементов. Однако для известных в то время 64 химических элементов некоторые клетки таблицы оказались незаполненными, так как соответствующие им элементы (например, Ga, Se, Ge) тогда еще не были известны. Д. И. Менделеев, таким образом, не только правильно расположил известные элементы, но и предсказал существование новых, еще не

открытых элементов, и их основные свойства. Кроме того, Д. И. Менделееву удалось уточнить атомные веса некоторых элементов. Например, атомные веса Be и U, вычисленные на основе таблицы Менделеева, оказались правильными, а полученные ранее экспериментально — ошибочными.

Так как химические и некоторые физические свойства элементов объясняются внешними (валентными) электронами в атомах, то периодичность свойств химических элементов должна быть связана с определенной периодичностью в расположении электронов в атомах. Поэтому для объяснения таблицы будем считать, что каждый последующий элемент образован из предыдущего прибавлением к ядру одного протона и соответственно прибавлением одного электрона в электронной оболочке атома. Взаимодействием электронов пренебрегаем, внося, где это необходимо, соответствующие поправки. Рассмотрим атомы химических элементов, находящиеся в основном состоянии.

Единственный электрон атома водорода находится в состоянии 1*s*, характеризуемом квантовыми числами $n = 1$, $l = 0$, $m_l = 0$ и $m_s = \pm 1/2$ (ориентация его спина произвольна). Оба электрона атома He находятся в состоянии 1*s*, но с антипараллельной ориентацией спина. Электронная конфигурация для атома He записывается как $1s^2$ (два 1*s*-электрона). На атоме He заканчивается заполнение *K*-оболочки, что соответствует завершению I периода Периодической системы элементов Менделеева (табл. 3).

Третий электрон атома Li ($Z = 3$) согласно принципу Паули уже не может разместиться в целиком заполненной *K*-оболочке и занимает низшее энергетическое состояние с $n = 2$ (*L*-оболочка), т. е. 2*s*-состояние. Электронная конфигурация для атома Li: $1s^22s$. Атомом Li начинается II период Периодической системы элементов. Четвертым электроном Be ($Z = 4$) заканчивается заполнение подоболочки 2*s*. У следующих шести элементов от B ($Z = 5$) до Ne ($Z = 10$) идет заполнение подоболочки 2*p* (см. табл. 3). II период Периодической системы заканчивается неоном — инертным газом, для которого подоболочка 2*p* целиком заполнена.

Одиннадцатый электрон Na ($Z = 11$) размещается в *M*-оболочке ($n = 3$), занимая низшее состояние 3*s*. Электронная конфигурация имеет вид $1s^22s^22p^63s$. 3*s*-электрон (как и 2*s*-электрон Li) является валентным электроном, поэтому оптические свойства Na подобны свойствам Li. С $Z = 12$ идет последовательное заполнение *M*-оболочки. Ar ($Z = 18$) оказывается подобным He и Ne: в его наружной оболочке все *s*- и *p*-состояния заполнены. Ar является химически инертным и завершает III период Периодической системы.

Таблица 3

Порядок заполнения электронных состояний в атомах

Период	Z	Элемент	K	L		M			N			
			1s	2d	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f
I	1	H	1									
	2	He	2									
II	3	Li	2	1								
	4	Be	2	2								
	5	B	2	2	1							
	6	C	2	2	2							
	7	N	2	2	3							
	8	0	2	2	4							
	9	F	2	2	5							
	10	Ne	2	2	6							
III	11	Na	2	2	6	1						
	12	Mg	2	2	6	2						
	13	Al	2	2	6	2	1					
	14	Si	2	2	6	2	2					
	15	P	2	2	6	2	3					
	16	S	2	2	6	2	4					
	17	Cl	2	2	6	2	5					
	18	Ar	2	2	6	2	6					
IV	19	K	2	2	6	2	6	—	1			
	20	Ca	2	2	6	2	6	—	2			
	21	Sc	2	2	6	2	6	1	2			
	22	Ti	2	2	6	2	6	2	2			
	23	V	2	2	6	2	6	3	2			
	24	Cr	2	2	6	2	6	5	1			
	25	Mn	2	2	6	2	6	5	2			
	26	Fe	2	2	6	2	6	6	2			
	27	Co	2	2	6	2	6	7	2			
	28	Ni	2	2	6	2	6	8	2			
	29	Cu	2	2	6	2	6	10	1			
	30	Zn	2	2	6	2	6	10	2			
	31	Ga	2	2	6	2	6	10	2	1		
	32	Ge	2	2	6	2	6	10	2	2		
	33	As	2	2	6	2	6	10	2	3		
	34	Se	2	2	6	2	6	10	2	4		
	35	Br	2	2	6	2	6	10	2	5		
	36	Kr	2	2	6	2	6	10	2	6		

Девятнадцатый электрон K (Z = 19) должен был бы занять 3*d*-состояние в *M*-оболочке. Однако и в оптическом, и в химическом отношениях атом K схож с атомами Li и Na, которые имеют внешний валентный электрон в *s*-состоянии. Поэтому 19-й валентный электрон K должен также находиться в *s*-состоянии, но это может быть только *s*-состояние новой оболочки (*N*-оболочки), т.е. заполнение *N*-оболочки для K начинается при незаполненной *M*-оболочке. Это означает, что в результате взаимодействия электронов состояние n = 4, l = 0 имеет меньшую энергию, чем состояние n = 3, l = 2. Спектроскопические и химические свойства Ca (Z = 20) показывают, что его 20-й электрон также находится в 4*s*-состоянии *N*-оболочки. В последующих элементах происходит заполнение *M*-оболочки (от Sc (Z = 21) до Zn (Z = 30)). Далее *N*-оболочка заполняется до Kr (Z = 36), у которого опять-таки, как и в случае Ne и Ar, *s*- и *p*-состояния наружной оболочки заполнены целиком. Криптоном заканчивается IV период Периодической системы. Подобные рассуждения применимы и к остальным элементам таблицы Менделеева, однако эти данные можно найти в справочниках. Отметим лишь, что и начальные элементы последующих периодов Rb, Cs, Fr являются щелочными металлами, а их последний электрон находится в *s*-состоянии. Кроме того, атомы инертных газов (He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn) занимают в таблице особое положение — в каждом из них *s*- и *p*-состояния наружной оболочки целиком заполнены и ими завершаются очередные периоды Периодической системы.

Каждую из двух групп элементов — лантаниды (от лантана (Z = 57) до лютеция (Z = 71)) и актиниды (от актиния (Z = 89) до лоуренсия (Z = 103)) — приходится помещать в одну клетку таблицы, так как химические свойства элементов в пределах этих групп очень близки. Это объясняется тем, что для лантанидов заполнение подоболочки 4*f*, которая может содержать 14 электронов, начинается лишь после того, как целиком заполнятся подоболочки 5*s*, 5*p* и 6*s*. Поэтому для этих элементов внешняя *P*-оболочка ($6s^2$) оказывается одинаковой. Аналогично, одинаковой для актинидов является *Q*-оболочка ($7s^2$).

Таким образом, открытая Менделеевым периодичность в химических свойствах элементов объясняется повторяемостью в структуре внешних оболочек у атомов родственных элементов. Так, инертные газы имеют одинаковые внешние оболочки из 8 электронов (заполненные *s*- и *p*-состояния); во внешней оболочке щелочных металлов (Li, Na, K, Rb, Cs, Fr) имеется лишь один *s*-электрон; во внешней оболочке щелочноземельных металлов (Be, Mg, Ca, Sr, Ba, Ra) имеется два *s*-электрона; галоиды (P, O, Br, I, At) имеют внешние оболочки, в которых недостает одного электрона до оболочки инертного газа, и т. д.

4.7. Рентгеновские спектры

Большую роль в выяснении строения атома, а именно распределения электронов по оболочкам, сыграло излучение, открытое в 1895 г. немецким физиком В. Рентгеном (1845 — 1923) и названное рентгеновским. Самым распространенным источником рентгеновского излучения является рентгеновская трубка, в которой сильно ускоренные электрическим полем электроны бомбардируют анод (металлическая мишень из тяжелых металлов, например W или Pt), испытывая на нем резкое торможение. При этом возникает рентгеновское излучение, представляющее собой электромагнитные волны с длиной волны примерно 10^{-12} — 10^{-8} м. Волновая природа рентгеновского излучения доказана опытами по его дифракции.

Исследование спектрального состава рентгеновского излучения показывает, что его спектр имеет сложную структуру (рис. 22) и зависит как от энергии электронов, так и от материала анода. Спектр представляет собой наложение сплошного спектра, ограниченного со стороны коротких длин волн некоторой границей λ_{min}, называемой границей сплошного спектра, и линейчатого спектра — совокупности отдельных линий, появляющихся на фоне сплошного спектра.

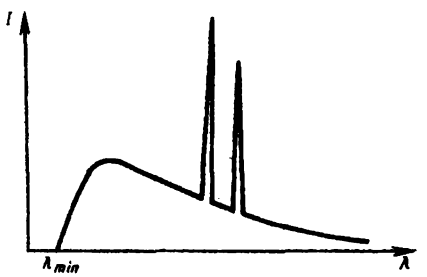


Рис. 22

Исследования показали, что характер сплошного спектра совершенно не зависит от материала анода, а определяется только энергией бомбардирующих анод электронов. Детальное исследование свойств этого излучения показало, что оно испускается бомбардирующими анод электронами в результате их торможения при взаимодействии с атомами мишени. Сплошной рентгеновский спектр поэтому называют тормозным спектром. Этот вывод находится в согласии с классической теорией излучения, так как при торможении движущихся зарядов должно действительно возникать излучение со сплошным спектром.

Из классической теории, однако, не вытекает существование коротковолновой границы сплошного спектра. Из опытов следует, что чем больше кинетическая энергия электронов, вызывающих тормозное рентгеновское излучение, тем меньше λ_{min}. Это обстоятельство, а также наличие самой границы объясняются квантовой теорией. Очевидно, что предельная энергия кванта соответствует такому случаю торможения, при котором вся кинетическая энергия электрона переходит в энергию кванта; т. е.

$$E_{max} = h\nu_{max} = eU,$$

где U — разность потенциалов, за счет которой электрону сообщается энергия E_{max}; ν_{max} — частота, соответствующая границе сплошного спектра. Отсюда граничная длина волны

$$\lambda_{min} = c/\nu_{max} = ch/(eU) = ch/E_{max}, \qquad (4.14)$$

что полностью соответствует экспериментальным данным. Измеряя границу сплошного рентгеновского спектра, по формуле (4.14) можно определить экспериментальное значение постоянной Планка h, которое наиболее точно совпадает с современными данными.

При достаточно большой энергии бомбардирующих анод электронов на фоне сплошного спектра появляются отдельные резкие линии — линейчатый спектр, определяемый материалом анода и называемый характеристическим рентгеновским спектром (излучением).

По сравнению с оптическими спектрами характеристические рентгеновские спектры элементов совершенно однотипны и состоят из нескольких серий, обозначаемых *K, L, M, N, O*. Каждая серия, в свою очередь, содержит небольшой набор отдельных линий, обозначаемых в порядке убывания длины волны индексами α, β, γ, ... ($K\alpha$, $K\beta$, $K\gamma$,..., $L\alpha$, $L\beta$, $L\gamma$, ...). При переходе от легких элементов к тяжелым структура характеристического спектра не изменяется, лишь весь спектр смещается в сторону коротких волн. Особенность этих спектров заключается в том, что атомы каждого химического элемента, независимо от того, находятся ли они в свободном состоянии или входят в химическое соединение, обладают определенным, присущим только данному элементу линейчатым спектром характеристического излучения. Так, если анод состоит из нескольких элементов, то и характеристическое рентгеновское излучение представляет собой наложение спектров этих элементов.

Рассмотрение структуры и особенностей характеристических

рентгеновских спектров приводит к выводу, что их возникновение связано с процессами, происходящими во внутренних, застроенных электронных оболочках атомов, которые имеют сходное строение.

Разберем механизм возникновения рентгеновских серий, который схематически показан на рис. 23. Предположим, что под влиянием внешнего электрона или высокоэнергетического фотона вырывается один из двух электронов K-оболочки атома. Тогда на его место может перейти электрон с более удаленных от ядра оболочек L, M, N,.... Такие переходы сопровождаются испусканием рентгеновских квантов и возникновением спектральных линий K-серии: $K\alpha$ ($L \to K$), $K\beta$ ($M \to K$), $K\gamma$ ($N \to K$) и т. д. Самой длинноволновой линией K-серии является линия $K\alpha$. Частоты линий возрастают в ряду $K\alpha \to K\beta \to K\gamma$, поскольку энергия, высвобождаемая при переходе электрона на K-оболочку с более удаленных оболочек, увеличивается. Наоборот, интенсивности линий в ряду $K\alpha \to K\beta \to K\gamma$ убывают, так как вероятность переходов электронов с L-оболочки на K-оболочку больше, чем с более удаленных оболочек M и N. K-серия сопровождается обязательно другими сериями, так как при испускании ее линий появляются вакансии в оболочках L, M,..., которые будут заполняться электронами, находящимися на более высоких уровнях.

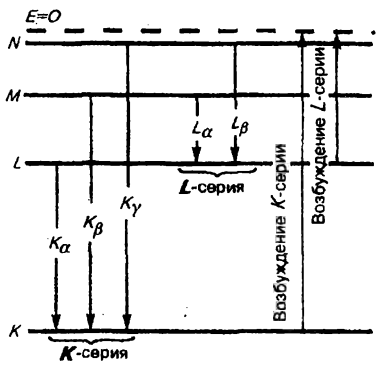


Рис. 23

Аналогично возникают и другие серии, наблюдаемые, впрочем, только для тяжелых элементов. Рассмотренные линии характеристического излучения могут иметь тонкую структуру, поскольку уровни,

определяемые главным квантовым числом, расщепляются согласно значениям орбитального и магнитного квантовых чисел.

Исследуя рентгеновские спектры элементов, английский физик Г. Мозли (1887 — 1915) установил в 1913 г. соотношение, называемое законом Мозли

$$\nu = R(Z-\sigma)^2\left(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2}\right), \qquad (4.15)$$

где ν — частота, соответствующая данной линии характеристического рентгеновского излучения; R — постоянная Ридберга; σ — постоянная экранирования; m = 1, 2, 3, ... (определяет рентгеновскую серию); n принимает целочисленные значения начиная с m+1 (определяет отдельную линию соответствующей серии). Закон Мозли (4.15) подобен обобщенной формуле Бальмера (2.3) для атома водорода.

Смысл постоянной экранирования заключается в том, что на электрон, совершающий переход, соответствующий некоторой линии, действует не весь заряд ядра Ze, а заряд $(Z-\sigma)e$, ослабленный экранирующим действием других электронов. Например, для $K\alpha$-линии σ = 1 и закон Мозли будет иметь вид

$$\nu = R(Z-1)^2\left(\frac{l}{l^2}-\frac{l}{2^2}\right).$$

5. Элементы современной физики молекул

5.1. Молекулы: химические связи, понятие об энергетических уровнях

Молекула — наименьшая частица вещества, состоящая из одинаковых или различных атомов, соединенных между собой химическими связями, и являющаяся носителем его основных химических и физических свойств. Химические связи обусловлены взаимодействием внешних, валентных электронов атомов. Наиболее часто в молекулах встречается два типа связи: ионная и ковалентная.

Ионная связь (например, в молекулах NaCl, KBr) осуществляется электростатическим взаимодействием атомов при переходе электрона одного атома к другому, т.е. при образовании положительного и отрицательного ионов. Ковалентная связь (например, в молекулах H_2, C_2, CO) осуществляется при обобществлении валентных электронов двумя соседними атомами (спины валентных электронов должны быть

антипараллельны). Ковалентная связь объясняется на основе принципа неразличимости тождественных частиц, например электронов в молекуле водорода. Неразличимость частиц приводит к специфическому взаимодействию между ними, называемому обменным взаимодействием. Это чисто квантовый эффект, не имеющий классического объяснения, но его можно себе представить так, что электрон каждого из атомов молекулы водорода проводит некоторое время у ядра другого атома и, следовательно, осуществляется связь обоих атомов, образующих молекулу. При сближении двух водородных атомов до расстояний порядка боровского радиуса возникает их взаимное притяжение и образуется устойчивая молекула водорода.

Молекула является квантовой системой; она описывается уравнением Шредингера, учитывающим движение электронов в молекуле, колебания атомов молекулы, вращение молекулы. Решение этого уравнения — очень сложная задача, которая обычно разбивается на две: для электронов и ядер.

Энергия изолированной молекулы

$$E \approx E_{эл} + E_{кол} + E_{вращ}, \qquad (5.1)$$

где $E_{эл}$ — энергия движения электронов относительно ядер; $E_{кол}$ — энергия колебаний ядер (в результате которых периодически изменяется относительное положение ядер); $E_{вращ}$ — энергия вращения ядер (в результате которых периодически изменяется ориентация молекулы в пространстве). В формуле (5.1) не учтены энергия поступательного движения центра масс молекулы и энергия ядер атомов в молекуле. Первая из них не квантуется, поэтому ее изменения не могут привести к возникновению молекулярного спектра, а вторую можно не учитывать, если не рассматривать сверхтонкую структуру спектральных линий. Отношения $E_{эл} : E_{кол} : E_{враш} = 1 : \sqrt{m/M} : m/M$, где m — масса электрона; M — величина, имеющая порядок массы ядер атомов в молекуле, 10^{-5}–10^{-3}. Поэтому $E_{эл} >> E_{кол} >> E_{вращ}$. Доказано, что $E_{эл} \approx$ 1–10 эВ, $E_{кол} \approx$ 10^{-3}–10^{-1} эВ, $E_{вращ} \approx 10^{-5}$–10^{-3} эВ.

Каждая из входящих в выражение (5.1) энергий квантуется (ей соответствует набор дискретных уровней энергии) и определяется квантовыми числами. При переходе из одного энергетического состояния в другое поглощается или испускается энергия $\Delta E = h\nu$. При таких переходах одновременно изменяются энергия движения электронов, энергии колебаний и вращения. Из теории и эксперимента

следует, что расстояние между вращательными уровнями энергии $\Delta E_{\text{вращ}}$ гораздо меньше расстояния между колебательными уровнями $\Delta E_{\text{кол}}$, которое, в свою очередь, меньше расстояния между электронными уровнями $\Delta E_{\text{эл}}$. На рис. 24 схематически представлены уровни энергии двухатомной молекулы (для примера рассмотрены только два электронных уровня — показаны жирными линиями).

Как будет показано ниже, структура энергетических уровней молекул определяет их спектр излучения, возникающий при квантовых переходах между соответствующими энергетическими уровнями.

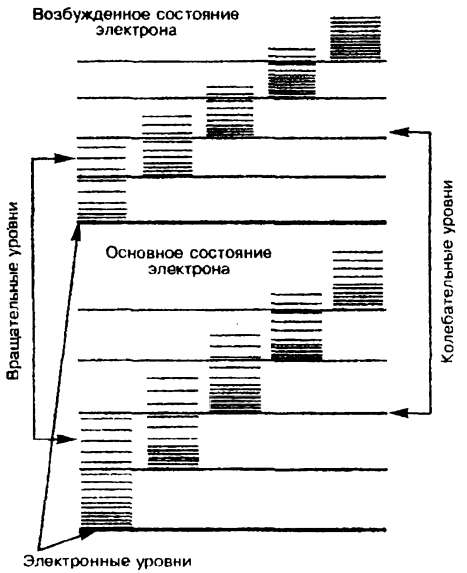


Рис. 24

5.2. Молекулярные спектры. Комбинационное рассеяние света

Строение молекул и свойства их энергетических уровней проявляются в **молекулярных спектрах** — спектрах излучения (поглощения), возникающих при квантовых переходах между уровнями энергии молекул. Спектр излучения молекулы определяется структурой

ее энергетических уровней и соответствующими правилами отбора (так, например, изменение квантовых чисел, соответствующих как колебательному, так и вращательному движению, должно быть равно ± 1).

Итак, при разных типах переходов между уровнями возникают различные типы молекулярных спектров. Частоты спектральных линий, испускаемых молекулами, могут соответствовать переходам с одного электронного уровня на другой (электронные спектры) или с одного колебательного (вращательного) уровня на другой (колебательные (вращательные) спектры). Кроме того, возможны и переходы с одними значениями $E_{кол}$ и $E_{вращ}$ на уровни, имеющие другие значения всех трех компонентов, в результате чего возникают электронно-колебательные и колебательно-вращательные спектры. Поэтому спектр молекул довольно сложный.

Типичные молекулярные спектры — совокупность более или менее узких полос в ультрафиолетовой, видимой и инфракрасной областях — полосатые спектры. Применяя спектральные приборы высокой разрешающей способности, можно видеть, что полосы представляют собой настолько тесно расположенные линии, что они с трудом разрешаются. Структура молекулярных спектров различна для разных молекул и с увеличением числа атомов в молекуле усложняется (наблюдаются лишь сплошные широкие полосы). Колебательными и вращательными спектрами обладают только многоатомные молекулы, а двухатомные их не имеют. Это объясняется тем, что двухатомные молекулы не имеют дипольных моментов (при колебательных и вращательных переходах отсутствует изменение дипольного момента, что является необходимым условием отличия от нуля вероятности перехода).

В 1928 г. русские физики Г. С. Ландсберг (1890 — 1957) и Л. И. Мандельштам и одновременно индийские физики Ч. Раман (1888 — 1970) и К. Кришнан (р. 1911) открыли явление комбинационного рассеяния света. Если на вещество (газ, жидкость, прозрачный кристалл) падает строго монохроматический свет, то в спектре рассеянного света помимо несмещенной спектральной линии обнаруживаются новые линии, частоты которых представляют собой суммы или разности частоты ν падающего света и частот ν_i собственных колебаний (или вращении) молекул рассеивающей среды.

Линии в спектре комбинационного рассеяния с частотами $\nu - \nu_i$, меньшими частоты ν падающего света, называются стоксовыми (или

красными) спутниками, линии с частотами $\nu+\nu_i$ большими ν — антистоксовымм (или фиолетовыми) спутниками. Анализ спектров комбинационного рассеяния приводит к следующим выводам:

1) линии спутников располагаются симметрично по обе стороны от несмещенной линии;
2) частоты ν_i не зависят от частоты падающего на вещество света, а определяются только рассеивающим веществом, т.е. характеризуют его состав и структуру;
3) число спутников определяется рассеивающим веществом;
4) интенсивность антистоксовых спутников меньше интенсивности стоксовых и с повышением температуры рассеивающего вещества увеличивается, в то время как интенсивность стоксовых спутников практически от температуры не зависит.

Объяснение закономерностей комбинационного рассеяния света дает квантовая теория. Согласно этой теории рассеяние света есть процесс, в котором один фотон поглощается и один фотон испускается молекулой. Если энергии фотонов одинаковы, то в рассеянном свете наблюдается несмещенная линия. Однако возможны процессы рассеяния, при которых энергии поглощенного и испущенного фотонов различны. Различие энергии фотонов связано с переходом молекулы из нормального состояния в возбужденное (испущенный фотон будет иметь меньшую частоту — возникает стоксов спутник) либо из возбужденного состояния в нормальное (испущенный фотон будет иметь большую частоту — возникает антистоксов спутник).

Рассеяние света сопровождается переходами молекулы между различными колебательными или вращательными уровнями, в результате чего и возникает ряд симметрично расположенных спутников. Число спутников, таким образом, определяется энергетическим спектром молекул, т. е. зависит только от природы рассеивающего вещества. Так как число возбужденных молекул гораздо меньше, чем число невозбужденных, то интенсивность антистоксовых спутников меньше, чем стоксовых. С повышением температуры число возбужденных молекул растет, в результате чего возрастает и интенсивность антистоксовых спутников.

Молекулярные спектры (в том числе и спектры комбинационного рассеяния света) применяются для исследования строения и свойств молекул, используются в молекулярном спектральном анализе, лазерной спектроскопии, квантовой электронике и т. д.

6. Основы физики лазеров

6.1. Поглощение. Спонтанное и вынужденное излучение

Как отмечалось выше, атомы могут находиться лишь в квантовых состояниях с дискретными значениями энергии E_1, E_2, E_3,... Ради простоты рассмотрим только два из этих состояний (1 и 2) с энергиями E_1 и E_2. Если атом находится в основном состоянии 1, то под действием внешнего излучения может осуществиться вынужденный переход в возбужденное состояние 2 (рис. 25, *а*), приводящий к поглощению излучения. Вероятность подобных переходов пропорциональна плотности излучения, вызывающего эти переходы.

Атом, находясь в возбужденном состоянии 2, может через некоторый промежуток времени спонтанно, без каких-либо внешних воздействий, перейти в состояние с низшей энергией (в нашем случае в основное), отдавая избыточную энергию в виде электромагнитного излучения (испуская фотон с энергией $h\nu = E_2 - E_1$). Процесс испускания фотона возбужденным атомом (возбужденной микросистемой) без каких-либо внешних воздействий называется **спонтанным (или самопроизвольным) излучением** (рис. 25, *б*). Чем больше вероятность спонтанных переходов, тем меньше среднее время жизни атома в возбужденном состоянии. Так как спонтанные переходы взаимно не связаны, то спонтанное излучение некогерентно.

В 1916 г. А. Эйнштейн для объяснения наблюдавшегося на опыте термодинамического равновесия между веществом и испускаемым и поглощаемым им излучением постулировал, что помимо поглощения и спонтанного излучения должен существовать третий, качественно иной тип взаимодействия. Если на атом, находящийся в возбужденном состоянии 2, действует внешнее излучение с частотой, удовлетворяющей условию $h\nu = E_2 - E_1$, то возникает вынужденный (индуцированный) переход в основное состояние 1 с излучением фотона той же энергии $h\nu = E_2 - E_1$ (рис. 25, *в*). При подобном переходе происходит излучение атомом фотона дополнительно к тому фотону, под действием которого произошел переход. Возникающее в результате таких переходов излучение называется вынужденным (индуцированным) излучением. Таким образом, в процесс вынужденного излучения вовлечены два фотона: первичный фотон, вызывающий испускание излучения возбужденным атомом, и вторичный

фотон, испущенный атомом. Существенно, что вторичные фотоны неотличимы от первичных, являясь точной их копией.

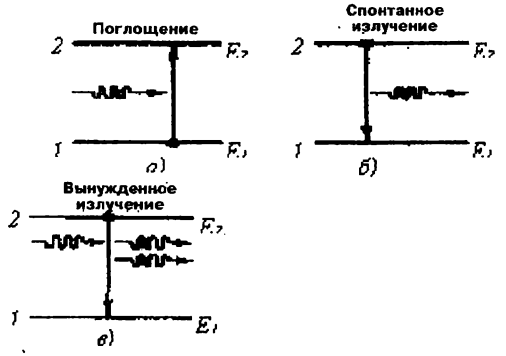


Рис. 25

В статистической физике известен **принцип детального равновесия**, согласно которому при термодинамическом равновесии каждому процессу можно сопоставить обратный процесс, причем скорости их протекания одинаковы. А. Эйнштейн применил этот принцип и закон сохранения энергии при рассмотрении излучения и поглощения электромагнитных волн в случае черного тела. Из условия, что при равновесии полная вероятность испускания (спонтанного и вынужденного) фотонов равна вероятности поглощения фотонов той же частоты, Эйнштейн получил выведенную ранее Планком формулу (1.10).

Эйнштейн и Дирак показали, что вынужденное излучение (вторичные фотоны) тождественно вынуждающему излучению (первичным фотонам): оно имеет такие же частоту, фазу, поляризацию и направление распространения, как и вынуждающее излучение. Следовательно, вынужденное излучение строго когерентно с вынуждающим излучением, т. е. испущенный фотон неотличим от фотона, падающего на атом.

Испущенные фотоны, двигаясь в одном направлении и встречая другие возбужденные атомы, стимулируют дальнейшие индуцированные переходы, и число фотонов растет лавинообразно. Однако наряду с вынужденным излучением возможен и конкурирующий процесс — поглощение. Поэтому для усиления падающего излучения необходимо, чтобы число актов вынужденного излучения фотонов (оно

пропорционально заселенности возбужденных состояний) превышало число актов поглощения фотонов (оно пропорционально заселенности основных состояний). В системе атомов, находящейся в термодинамическом равновесии, поглощение падающего излучения будет преобладать над вынужденным, т. е. падающее излучение при прохождении через вещество будет ослабляться.

Чтобы среда усиливала падающее на нее излучение, необходимо создать неравновесное состояние системы, при котором число атомов в возбужденных состояниях было бы больше, чем их число в основном состоянии. Такие состояния называются **состояниями с инверсией населенностей**. Процесс создания неравновесного состояния вещества (перевод системы в состояние с инверсией населенностей) называется накачкой. Накачку можно осуществить повышением температуры, бомбардировкой быстрыми частицами, химическими реакциями, оптическими, электрическими и другими способами.

В средах с инверсными состояниями вынужденное излучение может превысить поглощение, вследствие чего падающий пучок света при прохождении через эти среды будет усиливаться (среды называются активными). В данном случае явление протекает так, как если бы в законе Бугера $I = I_0 e^{-\alpha x}$ коэффициент поглощения α, зависящий, в свою очередь, от интенсивности излучения, стал отрицательным. Активные среды поэтому можно рассматривать в качестве сред с отрицательным коэффициентом поглощения.

Впервые на возможность получения сред, в которых свет может усиливаться за счет вынужденного излучения, указал в 1939 г. российский физик В. А. Фабрикант, экспериментально обнаружив вынужденное излучение паров ртути, возбужденных при электрическом разряде. Открытие явления усиления электромагнитных волн и изобретенный способ их усиления (В. А. Фабрикант, М. М. Вудынский, Ф. А. Бутаева (1951 г.) легли в основу квантовой электроники, положения которой позволили впоследствии осуществить квантовые усилители и квантовые генераторы света.

6.2. Оптические квантовые генераторы (лазеры)

Практически инверсное состояние среды осуществлено в принципиально новых источниках излучения — оптических квантовых генераторах, или лазерах (от первых букв английского названия Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation — усиление света с помощью вынужденного излучения). Лазеры генерируют в видимой, инфракрасной и ближней ультрафиолетовой областях (в оптическом диапазоне). Идея качественно нового принципа усиления и генерации

электромагнитных волн, примененная в мазерах (генераторы и усилители, работающие в сантиметровом диапазоне радиоволн) и лазерах, принадлежит российским ученым Н. Г. Басову (р. 1922) и А. М. Прохорову (р. 1916) и американскому физику Ч. Таунсу (р. 1915), удостоенным Нобелевской премии 1964 г.

Важнейшими из существующих типов лазеров являются твердотельные, газовые, полупроводниковые и жидкостные (в основу такого деления положен тип активной среды). Более точная классификация учитывает также и методы накачки — оптические, тепловые, химические, электроионизационные и др. Кроме того, необходимо принимать во внимание и режим генерации — непрерывный или импульсный.

Лазер обязательно имеет три основных компонента: 1) активную среду, в которой создаются состояния с инверсией населенностей; 2) систему накачки (устройство для создания инверсии в активной среде); 3) оптический резонатор (устройство, выделяющее в пространство избирательное направление пучка фотонов и формирующее выходящий световой пучок).

Первым твердотельным лазером (1960; США), работающим в видимой области спектра (длина волны излучения 0,6943 мкм), был рубиновый лазер (Т. Мейман (р. 1927)). В нем инверсная населенность уровней осуществляется по трехуровневой схеме, предложенной в 1955 г. Н. Г. Басовым и А. М. Прохоровым. Кристалл рубина представляет собой оксид алюминия Al_2O_3, в кристаллической решетке которого некоторые из атомов Al замещены трехвалентными ионами Cr^3 (0,03 и 0,05% ионов хрома соответственно для розового и красного рубина). Для оптической накачки используется импульсная газоразрядная лампа. При интенсивном облучении рубина светом мощной импульсной лампы атомы хрома переходят с нижнего уровня 1 на уровни широкой полосы 3 (рис. 26). Так как время жизни атомов хрома в возбужденных состояниях мало (меньше 10^{-7} с), то осуществляются либо спонтанные переходы $3 \rightarrow 1$ (они незначительны), либо наиболее вероятные безызлучательные переходы на уровень 2 (он называется метастабильным) с передачей избытка энергии решетке кристалла рубина. Переход $2 \rightarrow 1$ запрещен правилами отбора, поэтому длительность возбужденного состояния 2 атомов хрома порядка 10^{-3} с, т. е. примерно на четыре порядка больше, чем для состояния 3. Это приводит к "накоплению" атомов хрома на уровне 2. При достаточной мощности накачки их концентрация на уровне 2 будет гораздо больше, чем на уровне 1, т.е. возникает среда с инверсной населенностью уровня 2.

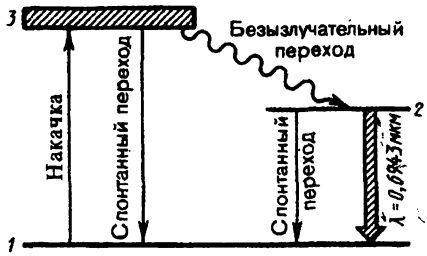


Рис. 26

Каждый фотон, случайно родившийся при спонтанных переходах, в принципе может инициировать (порождать) в активной среде множество вынужденных переходов $2 \rightarrow 1$, в результате чего появляется лавина вторичных фотонов, являющихся копиями первичных. Таким образом и зарождается лазерная генерация. Однако спонтанные переходы носят случайный характер, и спонтанно рождающиеся фотоны испускаются в разных направлениях. Тем самым в самых разных направлениях распространяются и лавины вторичных фотонов. Следовательно, излучение, состоящее из подобных лавин, не может обладать высокими когерентными свойствами.

Для выделения направления лазерной генерации используется принципиально важный элемент лазера — оптический резонатор. В простейшем случае им служит пара обращенных друг к другу параллельных (или вогнутых) зеркал на общей оптической оси, между которыми помещается активная среда (кристалл или кювета с газом). Как правило, зеркала изготовляются так, что от одного из них излучение полностью отражается, а второе — полупрозрачно. Фотоны, движущиеся под углами к оси кристалла или кюветы, выходят из активной среды через ее боковую поверхность. Те же из фотонов, которые движутся вдоль оси, многократно отразятся от противоположных торцов, каждый раз вызывая вынужденное испускание вторичных фотонов, которые, в свою очередь, вызовут вынужденное излучение, и т. д. Так как фотоны, возникшие при вынужденном излучении, движутся в том же направлении, что и первичные, то поток фотонов, параллельный оси кристалла или кюветы, будет лавинообразно нарастать. Многократно усиленный поток фотонов выходит через полупрозрачное зеркало, создавая строго направленный световой пучок огромной яркости. Таким образом, оптический резонатор "выясняет" направление (вдоль оси) усиливаемого фотонного потока, формируя тем самым лазерное излучение с высокими когерентными свойствами.

Первым газовым лазером непрерывного действия (1961 г.) был лазер на смеси атомов неона и гелия. Газы обладают узкими линиями поглощения, лампы же излучают свет в широком интервале длин волн. Следовательно, применять их в качестве накачки невыгодно, так как используется только часть мощности лампы. Поэтому в газовых лазерах инверсная населенность уровней осуществляется электрическим разрядом, возбуждаемым в газах.

В гелий-неоновом лазере накачка происходит в два этапа: гелий служит носителем энергии возбуждения, а неон дает лазерное излучение. Электроны, образующиеся в разряде, при столкновениях возбуждают атомы гелия, которые переходят в возбужденное состояние 3 (рис. 27). При столкновениях возбужденных атомов гелия с атомами неона происходит их возбуждение и они переходят на один из верхних уровней неона, который расположен вблизи соответствующего уровня гелия. Переход атома неона с верхнего уровня 3 на один из нижних уровней 2 приводит к лазерному излучению с $\lambda = 0{,}6328$ мкм.

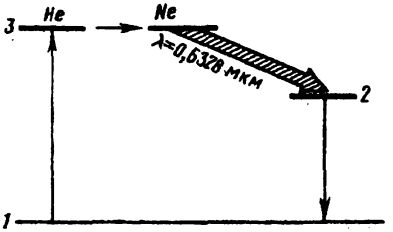


Рис. 27

Лазерное излучение обладает следующими свойствами:

1. Временная и пространственная когерентность. Время когерентности составляет 10^{-3} с, что соответствует длине когерентности порядка 10^5 м ($l_{ког} = c\tau_{ког}$), т.е. на семь порядков выше, чем для обычных источников света.
2. Строгая монохроматичность ($\Delta\lambda < 10^{-11}$ м).
3. Большая плотность потока энергии. Если, например, рубиновый стержень при накачке получил энергию $W = 20$ Дж и высветился за 10^{-3} с, то поток излучения $\Phi_e = 20/10^{-3}$ Дж/с $= 2 \cdot 10^4$ Вт. Фокусируя это излучение на площади 1 мм^2, получим плотность потока энергии $\Phi_e/S = 2 \cdot 10^4/10^{-6}$ Вт/м^2 $= 2 \cdot 10^{10}$ Вт/м^2.

4. Очень малое угловое расхождение в пучке. Например, при использовании специальной фокусировки луч лазера, направленный с Земли, дал бы на поверхности Луны световое пятно диаметром примерно 3 км (луч прожектора осветил бы поверхность диаметром примерно 40 000 км).

КПД лазеров колеблется в широких пределах — от 0,01% (для гелий-неонового лазера) до 75% (для лазера на стекле с неодимом), хотя у большинства лазеров КПД составляет 0,1—1%. Создан мощный CO_2-лазер непрерывного действия, генерирующий инфракрасное излучение (λ = 10,6 мкм), КПД которого (30%) превосходит КПД существующих лазеров, работающих при комнатной температуре.

Необычные свойства лазерного излучения находят в настоящее время широкое применение.

Применение лазеров для обработки, резания и микросварки твердых материалов оказывается экономически более выгодным (например, пробивание калиброванных отверстий в алмазе лазерным лучом сократило время с 24 ч до 6 — 8 мин). Лазеры применяются для скоростного и точного обнаружения дефектов в изделиях, для тончайших операций (например, луч CO_2-лазера в качестве бескровного хирургического ножа), для исследования механизма химических реакций и влияния на их ход, для получения сверхчистых веществ. Широко применяется лазерное разделение изотопов, например такого важного в энергетическом отношении элемента, как уран.

Одним из важных применений лазеров является получение и исследование высокотемпературной плазмы. Эта область их применения связана с развитием нового направления — лазерного управляемого термоядерного синтеза.

Лазеры широко применяются в измерительной технике. Лазерные интерферометры (в них источником света служит лазер) используются для сверхточных дистанционных измерений линейных перемещений, коэффициентов преломления среды, давления, температуры. Например, рассмотренный выше гелий-неоновый лазер из-за излучения высокой стабильности, направленности и монохроматичности (полоса частот 1 Гц при частоте 10^{14} Гц) незаменим при юстировочных и нивелировочных работах.

Интересное применение лазеры нашли в голографии. Для создания систем голографической памяти с высокой степенью считывания и большой емкостью необходимы газовые лазеры видимого диапазона еще более высокой монохроматичности и направленности излучения.

Очень перспективны и интересны полупроводниковые лазеры, так как они обладают широким рабочим диапазоном (0,7—30 мкм) и возможностью плавной перестройки частоты их излучения.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

1. Составьте логическую схему базы знаний по теме юниты.

2. Заполните сравнительную таблицу атомных моделей

Название модели	Описание модели	Какие явления смогла объяснить данная модель	Какие явления не могла объяснить данная модель

3. Расставьте хронологически персоналии, приведенные в тексте. Укажите их вклад в развитие квантовой теории.

4. Заполните таблицу значений ψ-функций и квантовых чисел, соответствующих различным энергетическим уровням

Уровень энергии E_n	ψ-функция ψ_{nlm_l}	Значение		
		n	l	m_l
E_1	ψ_{100}	1	0	0
E_2	ψ_{200}	2		
	ψ_{21-1}		1	-1
		2		
E_3		3		
			2	
	ψ_{320}			
				+2

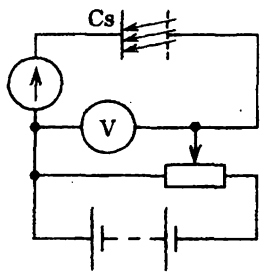
5. Приведите примеры использования понятий и законов квантовой физики в науке и технике.

ТРЕНИНГ УМЕНИЙ

Пример выполнения упражнения тренинга на умение 1.

Задание

Определение зависимости запирающего напряжения фототока (напряжения, при котором фототок прекращается) от длины волны света, падающего на цезиевую пластину, выполняется по схеме, изображенной на рисунке. При освещении светом с длиной волны λ_1 = 0,40 мкм запирающее напряжение составляло U_1 = 1,19 *В* при λ_2 = 0,50 мкм U_2= 0,57 В. Определите по результатам этого опыта красную границу фотоэффекта для цезия и постоянную Планка.



Решение

Алгоритм	Конкретное соответствие данной ситуации предложенному алгоритму
1. Записать уравнение Эйнштейна для фотоэффекта	Согласно уравнению Эйнштейна $h\nu = A + mv_{max}^2/2$
2. Выразить частоту через длину волны	Выразим частоту ν через длину волны λ $\nu = c/\lambda$
3. Выразить или найти работу выхода через красную границу фотоэффекта	$A = h\nu_{min}$, *где* ν_{min} *– красная граница фотоэффекта*
4. Выразить кинетическую энергию фотоэлектрона через запирающее напряжение	*Если запирающее напряжение U, то кинетическая энергия фотоэлектрона* $mv^2/2 = eU$

5. Составить уравнения для искомой величины и решить систему	*Тогда для двух условий опыта получим уравнения:* $\frac{hc}{\lambda_1} = h\nu_{min} + eU_1$, $\frac{hc}{\lambda_2} = h\nu_{min} + eU_2$. *Решая полученную систему уравнений, найдем* $h = \frac{e}{c}\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}(U_1 - U_2) \approx 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ *Дж · с;* $\lambda_{max} = \frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1 U_1 - \lambda_2 U_2}(U_1 - U_2) \approx 0{,}65$ *мкм*

Выполните самостоятельно следующие задания.

Задание 1

Красная граница фотоэффекта для вольфрама равна $\lambda_{max} = 2{,}75 \cdot 10^{-7}$ м. Найдите: а) работу выхода электрона из вольфрама; б) наибольшую скорость электронов, вырываемых из вольфрама светом с длиной волны $\lambda = 0{,}18$ мкм; в) наибольшую энергию этих электронов.

Задание 2

На металлическую пластинку падает свет с длиной волны $\lambda = 0{,}4$ мкм. Фототок прекращается при задерживающей разности потенциалов $U = 0{,}95$ В. Определите красную границу фотоэффекта для данного металла.

Задание 3

Определите наибольшую скорость электрона, вылетевшего из металла цезия при освещении его светом с длиной волны λ = 400 нм, если работа выхода электрона из цезия A = 1,9 эВ.

Пример выполнения задания тренинга на умение 2.

Задание

Определить энергию, импульс и массу фотона, длина волны которого соответствует рентгеновскому излучению λ_1 = 10 нм.

Решение

Алгоритм	Конкретное соответствие данной ситуации предложенному алгоритму
1. Определить энергию фотона	Согласно формуле Планка энергия фотона рентгеновского излучения $E = h\nu$, где h = 6,63 · 10^{-34} Дж · с — постоянная Планка. $\nu = \frac{c}{\lambda}$, а, следовательно $E = hc/\lambda$ E = 12,4 кэВ
2. Определить импульс фотона	*Импульс фотона равен* $p = E/c = h\nu/c = h/\lambda$, p = 6,63 · 10^{-26} кг · м/с
3. Определить массу фотона	*Масса фотона из соотношения Эйнштейна может быть найдена по формуле* $m = E/c^2$; m =2,21 · 10^{-31} кг

Выполните самостоятельно следующие задания:

Задание 1

Определите энергию, импульс и массу фотона, длина волны которого соответствует γ –излучению $\lambda_1 = 0{,}1$ нм

Задание 2

Вычислите частоту и длину волны фотона, энергия которого равна энергии покоя электрона.

Задание 3

Какова минимальная длина волны непрерывного спектра рентгеновского излучения, если рентгеновская трубка работает под напряжением U = 20 кВ?

Пример выполнения упражнения тренинга на умение 3.

Задание

Определите длину волны λ, испускаемую при переходе иона гелия из стационарного состояния с номером 4 в состояние с номером *2.*

Решение

Алгоритм	Конкретное соответствие данной ситуации предложенному алгоритму
1. Определить энергии атома в различных состояниях	*Ион гелия с одним электроном подобен атому водорода. Энергия в стационарном состоянии будет описываться формулой* $E_n = -\frac{1}{n^2}\frac{2^2 m_e e^4}{8h^2\varepsilon_0^2}$
2. Определить частоту излучения	*Искомая частота излучения* $\nu = \frac{4m_e e^4}{8h^3\varepsilon_0^2}\left(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2}\right)$, *где* m*=2, а* n*=4. Следовательно,* $\nu = \frac{4m_e e^4}{8h^3\varepsilon_0^2}\left(\frac{1}{4^2}-\frac{1}{16^2}\right)$
3. Определить длину волны	*Длина волны* $\lambda = \frac{c}{\nu}$ *=1,22* 10^{-5} *см*

Выполните самостоятельно следующие задания:

Задание 1

Определите длину волны света, испускаемого атомом водорода при его переходе из стационарного состояния с номером 4 в состояние с номером *2.*

Задание 2

Определите длину волны света, испускаемого атомом натрия при его переходе из первого возбужденного в основное состояние.

Задание 3

Электрон в невозбужденном атоме водорода получил энергию 12,0 эВ. На какой энергетический уровень он перешел?

Пример выполнения задания тренинга на умение 4.

Задание

Пылинка массой 10^{-5} кг движется со скоростью 10 м/с. Проявляет ли она при своем движении волновые свойства?

Решение

Алгоритм	Конкретное соответствие данной ситуации предложенному алгоритму
1. Записать формулу де Бройля	Формула де Бройля справедлива для любого тела. Определим длину волны пылинки: $\lambda = h/(mv)$
2. Произвести расчет	$\lambda = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}\,\text{Дж} \cdot \text{с}}{10\,\text{м/с} \cdot 10^{-5}\,\text{кг}} \approx 6{,}62 \cdot 10^{-30}\,\text{м}$
3. Сравнить полученную длину волны с размерами объекта	Длина волны так мала, что размеры частицы во много раз больше ее, поэтому волновые свойства пылинки не проявляются

Выполните самостоятельно следующие задания:

Задание 1

Найдите длину волны нейтрона, двигающегося со скоростью $2 \cdot 10^3$ м/с. Проявляет ли он при своем движении волновые свойства?

Задание 2

В опыте по дифракции электроны ускорялись разностью потенциалов 100 В. Определите длину волны де Бройля электронов. На каких объектах можно наблюдать их дифракцию?

Задание 3

Определите длину волны де Бройля дробинки массой 0,1 г, если она летит со скоростью 200 м/с. Следует ли использовать для описания движения дробинки формулы де Бройля?

Изд. лиц. ЛР № 071765 от 07.12.1998
Казахстанско-Российский университет
Объем 8,5 п.л. Тираж 324